

El Monopolio

SOLUCIONARIO PROBLEMAS

Profesor Guillermo Pereyra
guillermopereyra@microeconomia.org
www.microeconomia.org
clases.microeconomia.org

- 1) Una empresa posee la función de producción $Q = 6K^{0.5}L^{0.5}$, enfrenta la demanda de mercado $Q = 100 - 5p$ y paga por cada unidad de insumo $P_K = 8$, $P_L = 18$. Determine el precio que cobrará si actúa como monopolista.

Para determinar el precio del monopolista aplicamos la regla $IMg = CMg$.

La función de Ingreso Marginal se obtiene directamente de la función inversa de demanda del mercado.

$Q = 100 - 5P \rightarrow P = 20 - Q/5$. Multiplicando ambos lados de la ecuación por el nivel de producción Q , obtenemos la función de Ingreso Total, $IT = PQ \rightarrow IT = 20Q - Q^2/5$.

El Ingreso Marginal es el cambio en el ingreso total resultante del incremento en la producción y en la venta de una unidad:

$$\frac{\partial IT}{\partial Q} = IMg = 20 - 2Q/5.$$

La función de costo marginal es del tipo $CMg = f(Q)$. Para determinarla vamos a emplear la función de producción y los precios de los factores. Se sabe que la función de costos de largo plazo es una función de los costos más eficientes para obtener cualquier nivel de producción. En consecuencia, los elementos de la función de costos responden a la relación: $TMg_{ST} = P_L/P_K$.

Como se sabe, la TMg_{ST} es igual a PMg_L/PMg_K .

$$PMg_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = 3(K/L)^{1/2}; \quad PMg_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = 3(L/K)^{1/2} \rightarrow TMg_{ST} = K/L \rightarrow K/L = P_L/P_K \rightarrow$$

$$K/L = 18/8 \rightarrow K = 9L/4.$$

Podemos reescribir la función de producción aprovechando esta relación:

$$Q = 6K^{0.5}L^{0.5} = 6(9L/4)^{0.5}L^{0.5} = 9L \rightarrow Q = 9L \rightarrow L = Q/9.$$

La función de costos de largo plazo del monopolista es : $CT = LP_L + KP_K \rightarrow CT = 18L + 8K \rightarrow CT = 18(Q/9) + 8(9L/4) \rightarrow CT = 2Q + 18L \rightarrow CT = 2Q + 18(Q/9) \rightarrow CT = 4Q$.

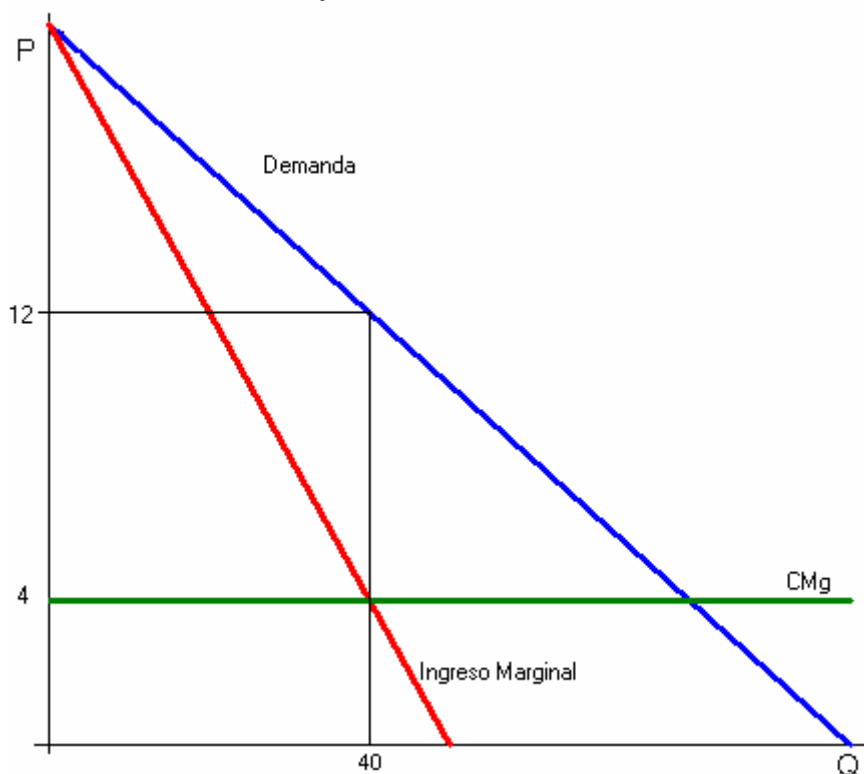
En consecuencia el costo marginal es $CMg = 4$.

Igualando el Ingreso Marginal con el Costo Marginal: $20 - 2Q/5 = 4 \rightarrow Q^* = 40$.

Para hallar el precio del monopolista, empleamos la función inversa de demanda del mercado: $P = 20 - Q/5 \rightarrow P^* = 12$.

El grafico en la página que sigue ilustra la solución bajo el modelo de monopolio. El monopolista iguala el IMg con el CMg y determina el nivel de producción (en el grafico, parte de la intersección de estas curvas y baja hasta intersectar el eje de cantidades).

Determinada la cantidad que maximiza el beneficio del monopolista, se fija el precio de acuerdo a éste nivel de producción (en el grafico, el monopolista sube desde el eje de cantidades hasta encontrar la función de demanda).



- 2) La demanda de un producto está dada por $Q = 250 - P/2$. El bien es producido por una empresa cuya función de costo total es $CT = 200 + 20Q + 5Q^2$. Determine el precio y la cantidad de equilibrio si la empresa actúa como un monopolista.

La función inversa de demanda del mercado es: $P = 500 - 2Q$. En el problema anterior hallamos la función de ingreso marginal a partir de la función de ingreso total, la que a su vez, la obtuvimos de la función inversa de demanda.

Pero tratándose de funciones inversa de demanda lineales se puede seguir un camino más corto. La función de Ingreso Marginal tiene el mismo intercepto con el eje de precios y su pendiente es el doble de la pendiente de la función inversa de demanda.

$$P = 500 - 2Q \rightarrow IMg = 500 - 4Q.$$

La función de CMg es: $CMg = 20 + 10Q$. Aplicando la regla: $IMg = CMg$:

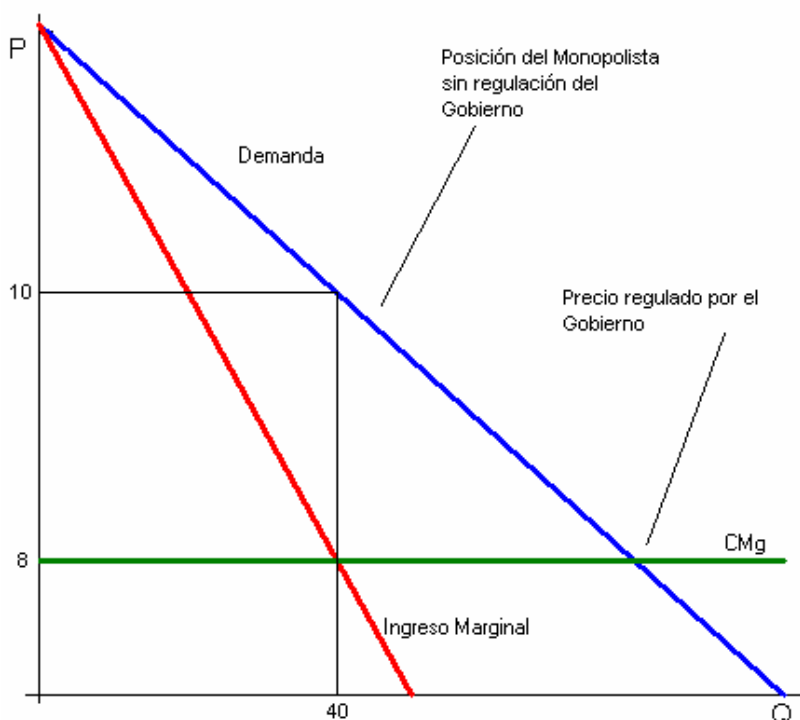
$$500 - 4Q = 20 + 10Q \rightarrow Q^* = 34.29. \text{ El precio es: } P = 500 - 2Q = 500 - 2(34.29) = 431.42$$

- 3) Si un monopolista maximizador de beneficios enfrenta una curva de demanda lineal, cobra \$10 por unidad vendida vendiendo 100 unidades, siendo sus costos variables unitarios \$8 y los costos fijos totales \$100, ¿cuál será el precio más bajo que el gobierno podrá fijarle compatible con una producción positiva?

Si el monopolista está maximizando beneficios, entonces aplicando la regla $IMg = CMg \rightarrow Q^* = 100$ y $P^* = 10$.

Si el $CVMe = 8 \rightarrow CV = 8Q \rightarrow CMg = \frac{\partial CV}{\partial Q} = 8$. El precio más bajo posible

que el gobierno puede imponerle al Monopolista es el precio bajo competencia. El gobierno buscando regular al monopolio le impone saltar del punto de la curva de demanda donde $P > CMg$ a un precio donde $P = CMg$. Como hemos encontrado que la función de costo marginal es $CMg = 8 \rightarrow P = 8$ es el precio más bajo para que el monopolista mantenga una producción positiva. El grafico que sigue muestra este comportamiento.



la demanda).

- 4) ¿Por qué se argumenta que un monopolio con costos medios iguales a los marginales fijará su margen de ganancia en relación inversa a la elasticidad de la demanda? (Demuestre que, bajo dicho supuesto, puede deducirse una fórmula sencilla que liga el margen de ganancias con la elasticidad de

Si $CMe = CMg$ y el monopolio busca maximizar el beneficio, entonces: $IMg = CMg \rightarrow IMg = CMe$.

$$\text{Ahora bien, el } IMg = \frac{\partial IT}{\partial Q} = \frac{\partial PQ}{\partial Q} = P + Q \frac{\partial P}{\partial Q} \rightarrow IMg = P + Q \frac{\partial P}{\partial Q} \frac{P}{P} =$$

$$P \left(1 + \frac{Q}{P} \frac{\partial P}{\partial Q}\right) = P \left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right) \rightarrow CMe = P \left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right) = CMe = P + \frac{P}{\varepsilon} =$$

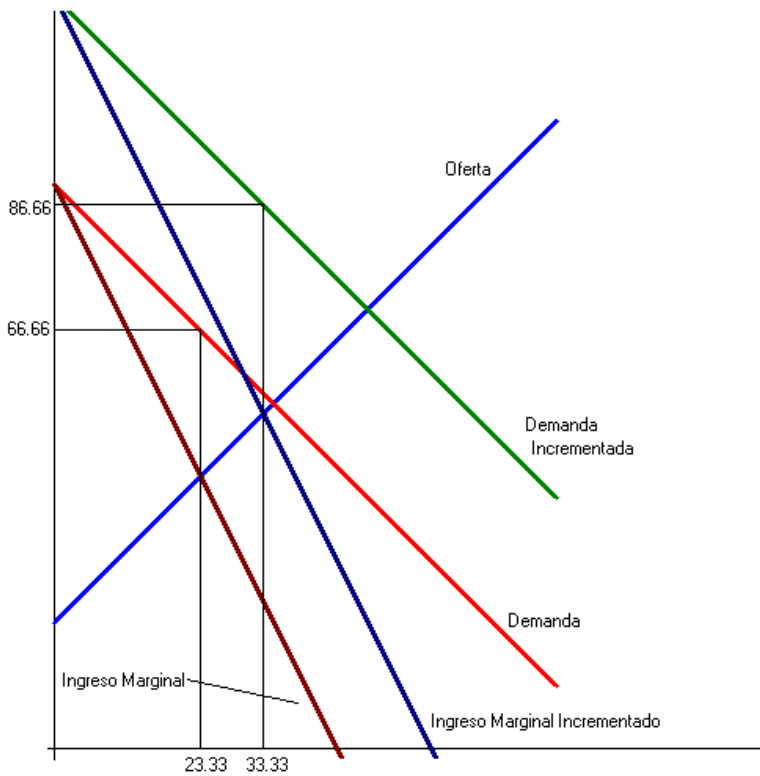
$$CMe - P = \frac{P}{\varepsilon} \rightarrow \frac{CMe - P}{P} = \frac{1}{\varepsilon} \rightarrow \frac{P - CMe}{P} = -\frac{1}{\varepsilon}.$$

Se encuentra que para el monopolista, cuando el $CMg = CMe$, entonces su margen de ganancia $(P - CMe)/P$ es igual al negativo del inverso de la elasticidad precio de demanda. El signo negativo convierte en un valor positivo el lado derecho de la ecuación (recuerde que la elasticidad precio de demanda es matemáticamente un valor negativo).

Si el monopolista está operando sobre un tramo de la curva de demanda del mercado donde la elasticidad es $-3 \rightarrow (P - CMe)/P = 33.33\%$. Pero si opera sobre un tramo donde la elasticidad es $-6 \rightarrow (P - CMe)/P = 16.67\%$. Mientras más elástica la demanda del monopolista menor su margen de ganancias; mientras menos elástica la demanda del monopolista mayor el margen de ganancias.

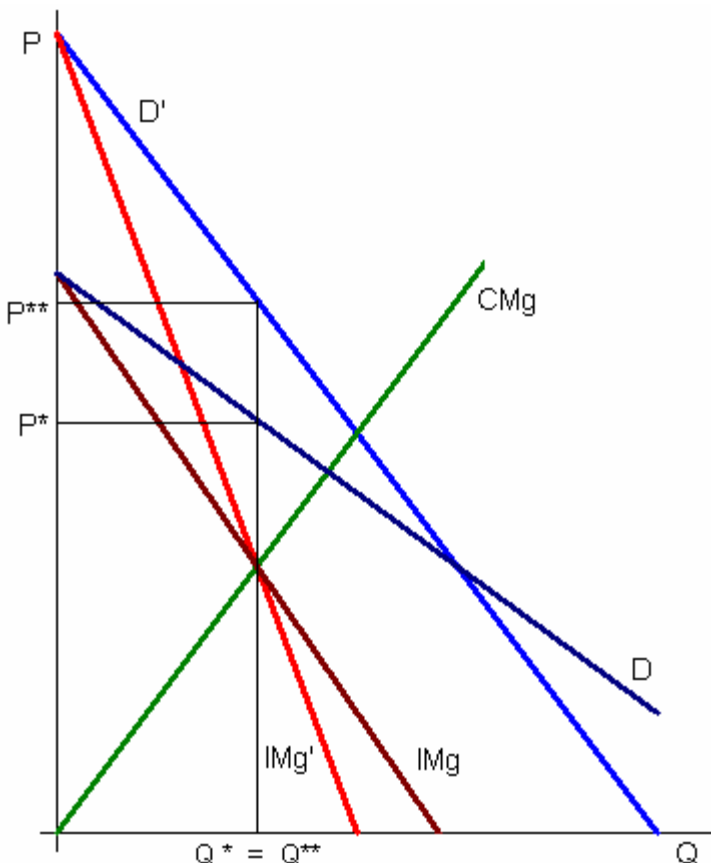
- 5) Si se produce un incremento en la demanda dirigida a un monopolista, no será posible descartar como predicción ninguna combinación de variación de precio y variación de cantidad como resultado de éste incremento en la demanda, ya que podrá tener lugar cualquier configuración. Ante idénticas circunstancias –incremento en la demanda- en competencia perfecta sólo cabría esperar una configuración posible: incremento en el precio y en la cantidad.”
Comente.

Supongamos un mercado en competencia perfecta. Existe un precio y una cantidad de equilibrio. Ahora se produce un incremento en la demanda. El resultado es un incremento del precio y de la cantidad de equilibrio.



¿Qué ocurriría en este mercado si la curva de oferta no fuera resultado de la presencia de muchos empresarios competitivos, sino que la misma curva representa ahora la función de costo marginal de una sola empresa, un monopolio?

El gráfico de la izquierda muestra los resultados en el caso del monopolio. La curva de oferta de la industria competitiva ahora es la curva de costo marginal del monopolio (no se ha cambiado el nombre en el gráfico, para que pueda compararse con el modelo competitivo).



Se puede apreciar que en el monopolio los precios son mayores y las cantidades son menores, comparativamente al modelo competitivo.

Si la demanda se incrementa, se encuentra que el precio es mayor y la cantidad es mayor que cuando la demanda no se había incrementado.

Sin embargo el precio sigue siendo mayor y la cantidad menor que en el caso competitivo cuando la demanda se ha incrementado.

Sin embargo, los modelos que se han presentado tienen una restricción. Se refieren a

situaciones de mercado donde las funciones de demanda se desplazan paralelamente a sí mismas. Es decir que mantienen su pendiente constante.

¿Qué sucedería si las funciones de demanda se desplazaran pero modificando su pendiente? ¿Por ejemplo si se incrementa la demanda pero a su vez la pendiente gira en el sentido de las manecillas del reloj?

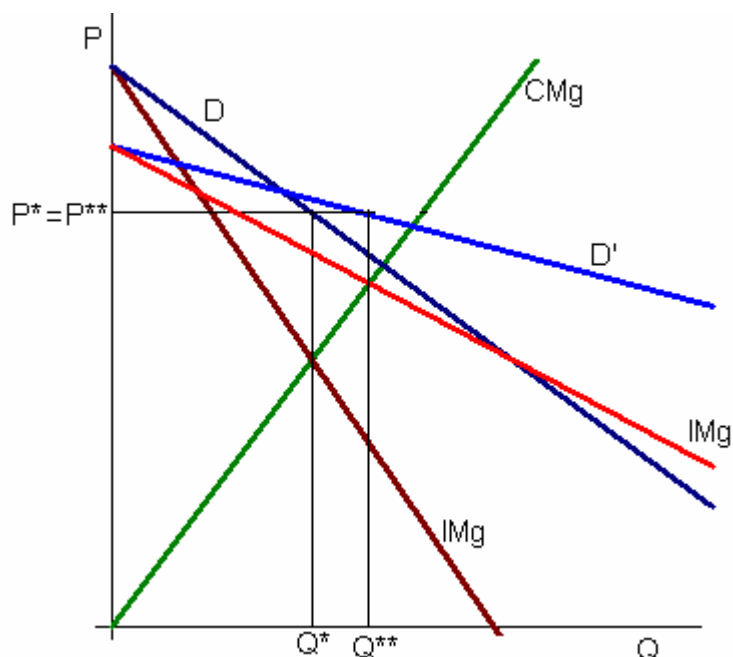
En el grafico de la izquierda se aprecia esta situación. La demanda inicial es D. Luego se produce un incremento de D a D' pero también un cambio en la pendiente. Esto significa que existe un incremento de la demanda hasta el nivel de producción donde ambas funciones de demanda se interceptan. A partir de este nivel de producción la demanda es menor a la original. Las funciones de ingreso marginal son IMg y IMg' respectivamente. Observe que el nivel de producción maximizador del beneficio se produce, inicialmente cuando $IMg = CMg$. Esto determina el precio de monopolio P^* y la cantidad de monopolio Q^* .

Ahora observe que cuando la demanda salta a D' la relación $IMg' = CMg$ determina el mismo nivel de producción, es decir, $Q^* = Q^{**}$. ¿Pero qué pasa con el precio? $P^{**} > P^*$.

En consecuencia un incremento en la demanda no siempre implica que el precio y la cantidad se incrementan. Para este caso el incremento en la demanda incrementa el precio pero no la cantidad.

Este resultado se explica porque en monopolio los beneficios dependen tanto de los costos (la función de costo marginal) como de la demanda. Por esta razón no se habla de una función de oferta en monopolio. Un solo nivel de producción puede tener precios diferentes dependiendo de la demanda.

Puede ocurrir también al revés. Que para demandas diferentes exista un solo precio de monopolio pero dos cantidades distintas de producción.



solo precio de monopolio pero dos cantidades distintas de producción.

El grafico de la izquierda muestra esta situación.

La demanda gira ahora en sentido contrario a las manecillas del reloj para pasar de D a D'. Las funciones de ingreso marginal son IMg y IMg'.

Inicialmente bajo la condición $IMg = CMg$, el monopolista produce Q^* al precio P^* .

Cuando la demanda salta a D' la condición $IMg' = CMg$ lleva al monopolista a producir Q^{**} , más que antes, más que Q^* , pero el precio no cambia.

$$P^{**} = P^*$$

En consecuencia, si la demanda del monopolista cambia podrían cambiar los precios o no, podrían cambiar las cantidades o no. Esto depende de la función de demanda. Por lo tanto, a diferencia del modelo competitivo donde se pueden predecir los resultados de un incremento en la demanda, en el caso del monopolio esto no se puede hacer. Por eso se afirma que el monopolio no tiene una función de oferta. Pueden haber precios iguales para cantidades diferentes o cantidades iguales para precios diferentes.

- 6) La librería de la Universidad es la única autorizada para funcionar dentro del campus universitario. Se trata de saber si la librería está maximizando beneficios. Se conoce la siguiente información::
- El costo marginal de la librería es de \$30 por libro
 - La librería vende 100 libros por día al precio de \$60
 - La curva de demanda del mercado es una curva lineal
 - Si la librería reduce su precio en 40 centavos entonces podría vender un libro más diariamente.

La curva de demanda del monopolio es del tipo $P = a - bQ$. Como la librería vende un libro más si reduce su precio en 40 centavos, se puede concluir que $b = 0.4 \rightarrow P = a - 0.4Q$. Ahora bien, como la librería vende 100 libros al día al precio de 60 cada uno, entonces se debe cumplir que: $60 = a - 0.4(100) \rightarrow a = 100$.

En consecuencia la función de demanda de la librería es: $P = 100 - 0.4Q$. La función de ingreso marginal es: $IMg = 100 - 0.8Q$.

Ahora podemos determinar cuántos libros debe vender diarios para maximizar el beneficio y también el precio al que se tienen que vender.

Aplicando la condición $IMg = CMg \rightarrow$

$$100 - 0.8Q = 30 \rightarrow Q^* = 87.5 \text{ y } P^* = 100 - 0.4(87.5) \rightarrow Q^* = 65.$$

En consecuencia la librería no está maximizando el beneficio. Debe reducir el número de libros vendidos e incrementar su precio.

- 7) Su empresa se dedica a la venta de "Tortugas Ninja", un popular juego entre los chicos. El administrador de otra empresa está pensando en introducir un nuevo personaje anfibio de fantasía que se llamaría Tai Chi Frogs. Ud. debe tener en cuenta los siguientes hechos:
- El costo medio de producción es constante al precio de \$2

- b) Al precio corriente del monopolio de \$3.50 Ud. vende 120 juegos diariamente
- c) Ud. puede evitar el ingreso de una segunda empresa incrementando la producción a 200 juegos diarios y reduciendo el precio a \$2.50
- d) Si la segunda empresa ingresa al mercado, su precio (de la primera empresa) disminuiría a \$3 y vendería únicamente 80 juegos al día. ¿Debe evitar la entrada de la segunda empresa?
- e) ¿Cuál sería su respuesta si para disuadir el ingreso de la segunda empresa el precio requerido fuera de \$2.25? (Asuma que la curva de demanda es lineal).

Si el CMe de producción es constante e igual a 2, entonces: $CT = (CMe) \cdot Q$
 $\rightarrow CT = 2Q \rightarrow$
 $CMg = 2.$

Si la solución bajo monopolio es $P^* = 3.5$, $Q^* = 120$ y la demanda es lineal, entonces la función de demanda es del tipo $P = a - bQ$. Además sabemos que si el monopolista busca impedir el ingreso de una segunda empresa en el mercado bajaría su precio a 2.5 y vendería 200 unidades. Entonces tenemos un segundo punto de la función de demanda lineal.

Considerando estos dos puntos (3.5, 120) y (2.5, 200) podemos encontrar los valores de la pendiente y del intercepto de la función de demanda:

$3.5 = a - 120b$; $2.5 = a - 200b \rightarrow a = 5$ y $b = 0.0125$. Entonces $P = 5 - 0.0125Q$ es la función de demanda del monopolio (o más precisamente, la función inversa de demanda porque es del tipo $P = f(Q)$ y no $Q = f(P)$). La función de ingreso marginal es $IMg = 5 - 0.025Q$.

Para confirmar la solución bajo monopolio hacemos $IMg = CMg \rightarrow 5 - 0.025Q = 2 \rightarrow Q^* = 120$ y $P^* = 3.5$.

Bajo la solución de monopolio podemos estimar el beneficio: $\pi = IT - CT$
 \rightarrow

$$\pi = 3.5 \cdot 120 - CMe \cdot Q \rightarrow \pi = 420 - 240 \rightarrow \pi = 180.$$

Si el monopolista busca impedir el ingreso de una segunda empresa al mercado, entonces baja su precio a 2.50 y vende 200 unidades. En este caso el beneficio obtenido es: $\pi = 2.5 \cdot 200 - 2 \cdot 200 \rightarrow \pi = 420 - 240 \rightarrow \pi = 100$.

En consecuencia, impedir el ingreso de un competidor al mercado implica un costo para el monopolista de 80 nuevos soles.

Si el competidor ingresara al mercado, el monopolista (la primera empresa) vendería 80 unidades a un precio de 3, en este caso su beneficio será: $\pi = 3 \cdot 80 - 2 \cdot 80 \rightarrow \pi = 240 - 160 \rightarrow \pi = 80$. Comparando este ingreso con el ingreso como monopolista, se estaría dejando de percibir 100 nuevos soles.

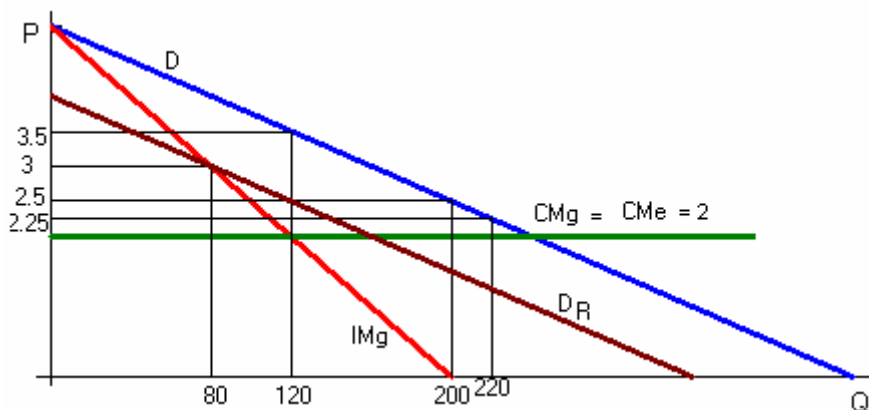
Entre impedir el ingreso de un competidor y obtener un menor beneficio de 80 o permitir el ingreso del competidor y obtener un menor beneficio de 100, es preferible la primera estrategia.

El monopolista debe impedir el ingreso de un competidor bajando su precio a 2.5 y vendiendo 200 unidades.

Si para impedir el ingreso del competidor al mercado, el monopolista debiera bajar su precio no a 2.5 sino a 2.25 entonces tendríamos que estimar el nivel óptimo de producción a ese precio. Para ello utilizamos la función de demanda que encontramos más arriba, $P = 5 - 0.0125Q \rightarrow Q = 400 - 80P \rightarrow Q^* = 400 - 80 \cdot 2.25 \rightarrow Q^* = 220$.

El beneficio en este caso será: $\pi = 2.25 \cdot 220 - 2 \cdot 220 \rightarrow \pi = 55$. Resulta claro que en este caso es preferible permitir el ingreso de un competidor al mercado.

El siguiente grafico ayuda a comprender la situación



La solución de equilibrio bajo monopolio se obtiene al nivel de producción de 120 unidades, donde el IMg se hace igual al CMg.

Si el monopolio quiere impedir el ingreso del

competidor, baja su precio a 2.5 y vende 200 unidades. Observe que al hacer esto el monopolista llega al nivel de producción donde el IMg es igual a cero. Quiere decir que este es el nivel de producción donde el IT tiene su valor máximo.

Si el monopolista bajara más el precio, hasta 2.25, vendería 220 unidades de acuerdo con su función de demanda, pero se encuentra en el nivel de producción donde el ingreso marginal es negativo. Por eso no es conveniente bajar el precio hasta este punto.

En este caso es mejor aceptar el ingreso del competidor.

Si el competidor ingresa al mercado, el precio del monopolista (de la primera empresa en el mercado) sería de 3 y las ventas llegarían a 80 unidades.

Observe que este punto no pertenece a la función de demanda inicial.
 ¿Por qué?

Si al mercado entra un competidor, entonces ahora la demanda de la primera empresa es igual a la demanda del mercado menos lo que coloca en el mercado el competidor. Es decir la demanda de la primera empresa es ahora una demanda residual (DR).

Este concepto es importante porque ayuda a comprender, más adelante, el modelo de oligopolio.

- 8) En 1945 Reynolds International Pen Corporation introdujo un revolucionario producto, el lapicero a bolita, el bolígrafo. El nuevo lapicero podía ser producido con una muy sencilla tecnología de producción. Por tres años, Reynolds obtuvo enormes beneficios. En 1948, Reynolds detuvo la producción de lapiceros y salió totalmente del mercado. ¿Qué pasó?

Cuando Reynolds Internacional Pen Corporation empezó a vender sus lapiceros a bolita el precio por unidad fue de 12.50 dólares y sólo el primer día logró ventas de más de 100000 dólares.

Sin embargo lo sencillo de la tecnología de producción provocó el ingreso de una fuerte competencia al mercado y se desató una guerra de precios. El precio descendió en 1948 a 50 centavos y en 1951 se vendía al precio de 29 centavos.

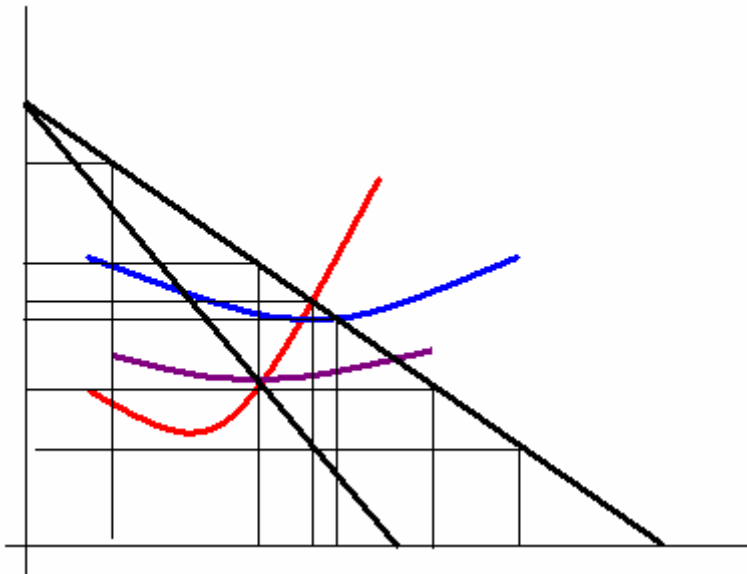
La lección de esta experiencia es que sin barreras de entrada el monopolio no puede permanecer mucho tiempo. Sin embargo es necesario precisar que Reynolds Internacional Pen Corporation no inventó el bolígrafo ni tampoco adquirió la patente para su explotación. En Junio de 1945 Milton Reynolds estaba en Argentina y descubrió los lapiceros a bolita, el bolígrafo, en una tienda. Compró varios de ellos y reconoció de inmediato su enorme potencial de ventas.

Retornó a los EEUU y copió el invento que fue desarrollado por Ladislo Biro un obrero Húngaro emigrado a la Argentina en 1940. Sin embargo Ladislo Biro ya no tenía los derechos del lapicero pues los había vendido a Eversharp Co. y Eberhard-Faber quienes tuvieron los derechos exclusivos de explotación.

Ladislao Biro había patentado su invento en 1938 en Europa y luego en 1943 en Argentina. Eran los tiempos de la segunda guerra mundial. La Fuerza Aérea Británica reconoció el valor del invento para la guerra (escribir en altura, sin derramar, era muy importante) y compró los derechos de autor. Sin embargo pasada la guerra el invento tendría una azarosa trayectoria. Ladislao Biro no registró su patente en los EEUU. Cuando Reynolds copió el invento (lo pirateó), Eversharp tenía los derechos adquiridos a Ladislao Biro. Posteriormente se desata la guerra de precios e ingresan nuevos competidores al mercado con productos de mayor calidad y a precios más bajos, el caso de la marca BIC del Barón Francés Bich. En este ambiente, la empresa de Reynolds desapareció.

En consecuencia, se puede concluir que la permanencia del monopolio depende de la importancia de las barreras de entrada al mercado. Es posible, por ejemplo, que alguien pueda cocinar un ceviche de manera especial y distinta a toda otra forma de preparar este plato. Estamos ante el nacimiento de un monopolio. Sin embargo, es claro que este producto tendría muchos cercanos sustitutos y, entonces, la competencia terminaría con su situación como monopolio.

9) Observe el siguiente gráfico que corresponde a un monopolista de precio único:



- a) ¿Qué cantidad debe producir para maximizar el beneficio?
- b) ¿Cuál es el beneficio a este nivel de producción?
- c) Identifique el área del excedente del consumidor
- d) Si en vez de maximizar el beneficio la empresa quiere

maximizar el ingreso, ¿cuál será la cantidad a producir?

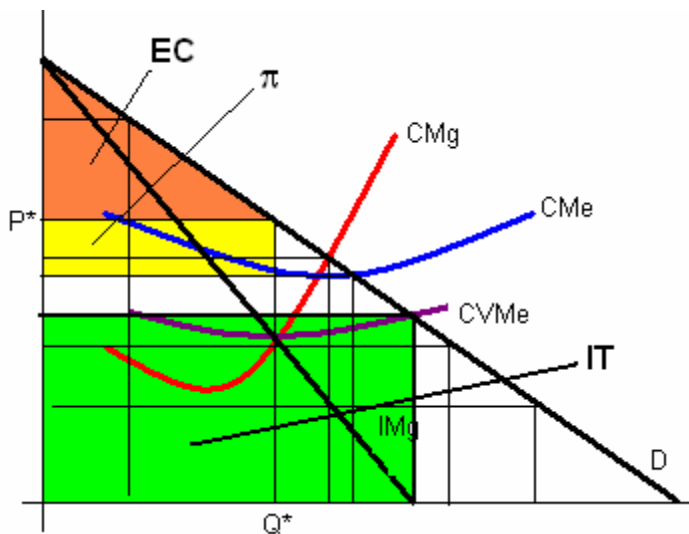
- e) ¿Cuáles serán los beneficios a este nivel de producción?
- f) Muestre en el gráfico la pérdida de bienestar de la sociedad por la presencia del monopolio.

La producción para maximizar el beneficio se encuentra cuando hacemos $IMg = CMg \rightarrow Q^*$ en el gráfico que sigue. Para determinar el nivel de beneficio, primero estimado el beneficio unitario, que es la diferencia entre el ingreso medio y el costo medio. El ingreso medio es $II/Q \rightarrow PQ/Q = P$. En consecuencia el beneficio por unidad es $P - CMe$. Multiplicando el beneficio por unidad por Q^* tenemos el beneficio total del monopolista: El área del rectángulo amarillo.

El excedente del consumidor es el área debajo de la función de demanda y por encima del precio del monopolista. El área del triángulo naranja.

Si lo que quiere la empresa es maximizar el ingreso total en vez del beneficio, entonces buscará producir al nivel donde el $IMg = 0$. De esta manera estará aplicando las CPO a la función del IT; la derivada de la función IT con relación a la producción la igualamos a cero. El área del IT obtenida es el área del rectángulo color verde en la gráfica.

Observe que en este caso, al producirse donde el IMg es cero, el costo medio es mayor al precio determinado por la demanda. En consecuencia el beneficio es negativo. El monopolista no puede seguir el objetivo de maximizar el beneficio.



10) En la tabla de la izquierda se cuenta con información correspondiente a un monopolista de precio único. Complete el cuadro.

- ¿Qué cantidad será producida para maximizar el beneficio?
- ¿Cuál será el beneficio a este nivel de producción?

En el cuadro se han añadido con letra roja los valores estimados del IMg, CT, CMg y CMe.

Para hallar el nivel de producción que maximiza el beneficio, buscamos aproximarnos lo más posible a la condición $IMg = CMg$. Esto se produce cuando la producción es $Q^* = 5$ y el precio es $P^* = 18$.

P	Q	IT	IMg	CT	CMg	CMe
30	1	30		15		15
27	2	54	24	20	5	10
24	3	72	18	24	4	8
21	4	84	12	29	5	7.25
18	5	90	6	35	6	7
15	6	90	0	45	10	7.5
12	7	84	-6	56	11	8
9	8	72	-12	70	14	8.75
6	9	54	-18	92	22	10.22
3	10	30	-24	120	28	12

El beneficio se obtiene de la diferencia entre el IT y el CT: $\pi = 55$.

11) La empresa ABC tiene un costo variable medio constante de \$6. La empresa estima su curva de demanda en $P = 23 - 0.025Q$. Su costo fijo es de \$1700. Ud. es el consultor económico

de la empresa, ¿qué precio recomendaría? ¿Cuánto beneficio espera alcanzar?

Como $CVMe = 6 \rightarrow CV = CVMe \cdot Q \rightarrow CV = 6Q \rightarrow CMg = \frac{\partial CV}{\partial Q} = 6$. Como la

función inversa de demanda del monopolio es: $P = 23 - 0.025Q \rightarrow IMg = 23 - 0.05Q$. En consecuencia, para maximizar el beneficio la empresa debe igualar $IMg = CMg \rightarrow 23 - 0.05Q = 6 \rightarrow$

$Q^* = 340$ y $P^* = 14.5$. El beneficio que obtiene la empresa será: $IT - CT \rightarrow 14.5 \cdot 340 - 6 \cdot 340 - 1700 \rightarrow \pi = 1190$.

- 12) La empresa DEF tiene un costo variable medio constante de \$2.50. Los costos fijos ascienden a \$242000. Durante un tiempo la empresa ofreció el producto al precio de \$8 y vendió 50200 unidades. En otro momento vendió 42800 unidades al precio de \$9. Encuentre el precio que maximiza el beneficio, el nivel de producción, el ingreso total, el costo total y el beneficio para la empresa DEF.

$CVMe = 2.5 \rightarrow CV = CVMe \cdot Q \rightarrow CV = 2.5Q \rightarrow CMg = 2.5$. Si asumimos que la función inversa de demanda de la empresa representa las combinaciones P y Q que maximizan su beneficio en distintos momentos del tiempo, entonces podemos emplear la información de los dos puntos que conocemos de la función inversa de demanda y asumir que la función es lineal.

La función inversa de demanda lineal será del tipo: $P = a - bQ$. Aplicando a los dos puntos obtendríamos las ecuaciones: $8 = a - 50200b$, y, $9 = a - 42800b$. Resolviendo este sistema de ecuaciones encontramos: $a = 14.78$, $b = 0.00014$. En consecuencia la función inversa de demanda será: $P = 14.78 - 0.00014Q$. La función de ingreso marginal es $IMg = 14.78 - 0.00027Q$. Igualando el IMg con el CMg tenemos:

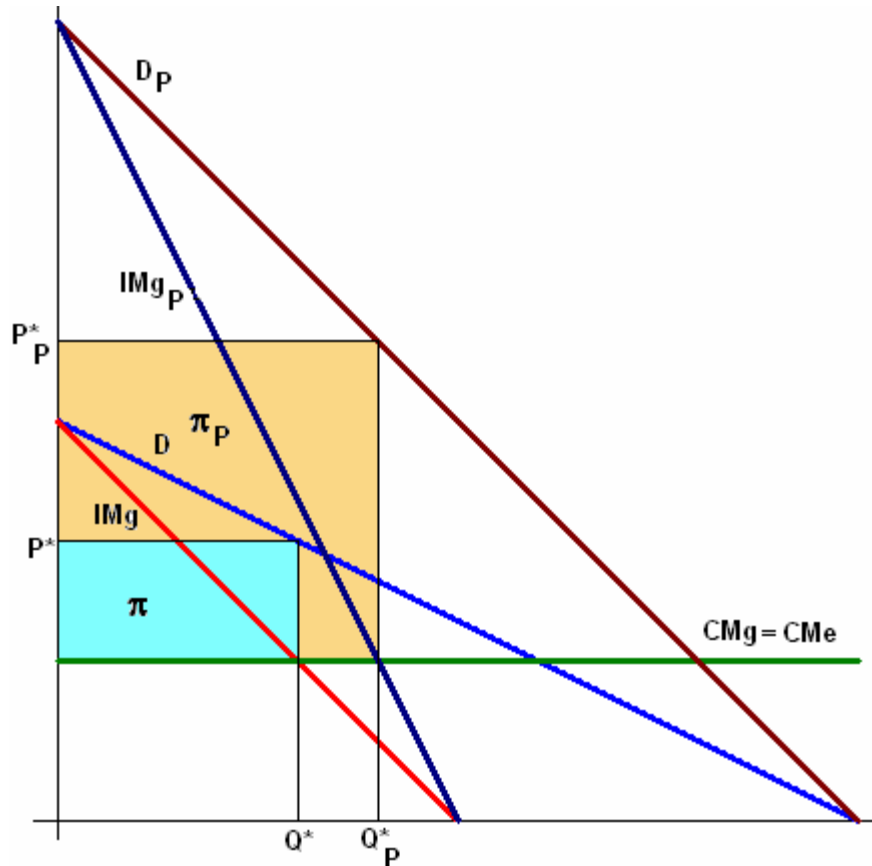
$14.78 - 0.00027Q = 2.5 \rightarrow Q^* = 45454$. El precio será $P = 14.78 - 0.00014 \cdot 45454 \rightarrow P^* = 8.64$.

El beneficio alcanzado por la empresa es: $IT - CT \rightarrow 8.64 \cdot 45454 - 2.5 \cdot 45454 - 242000 \rightarrow \pi = 37087.56$.

- 13) Una agencia de publicidad ofrece dos campañas de publicidad - alternativas y excluyentes- a un maximizador de beneficios que enfrenta una curva de demanda lineal con pendiente negativa por su producto. Una de las estrategias asegura que duplicará el precio para cada posible nivel de demanda mientras que la otra promete duplicar la cantidad demandada para cada posible nivel de precio. Si el costo de cualquiera de las campañas es el mismo, ¿Cuál de ellas será elegida si:
- los costos medios son constantes?
 - los costos medios son decrecientes?

Analicemos la primera alternativa que ofrece la agencia de publicidad: *duplicará el precio para cada posible nivel de demanda*. Por ejemplo, al precio al cual los consumidores están dispuestos a demandar cero antes de la publicidad, ahora estarían dispuestos a demandar cero pero para un precio duplicado. Es decir el intercepto de la función inversa de demanda saltaría una cantidad igual al anterior intercepto. De otro lado, al precio donde los consumidores están dispuestos a demandar la cantidad máxima del mercado, cero antes de la publicidad, ahora estarían

dispuestos a demandar la misma cantidad al mismo precio, pues el doble de cero es cero.



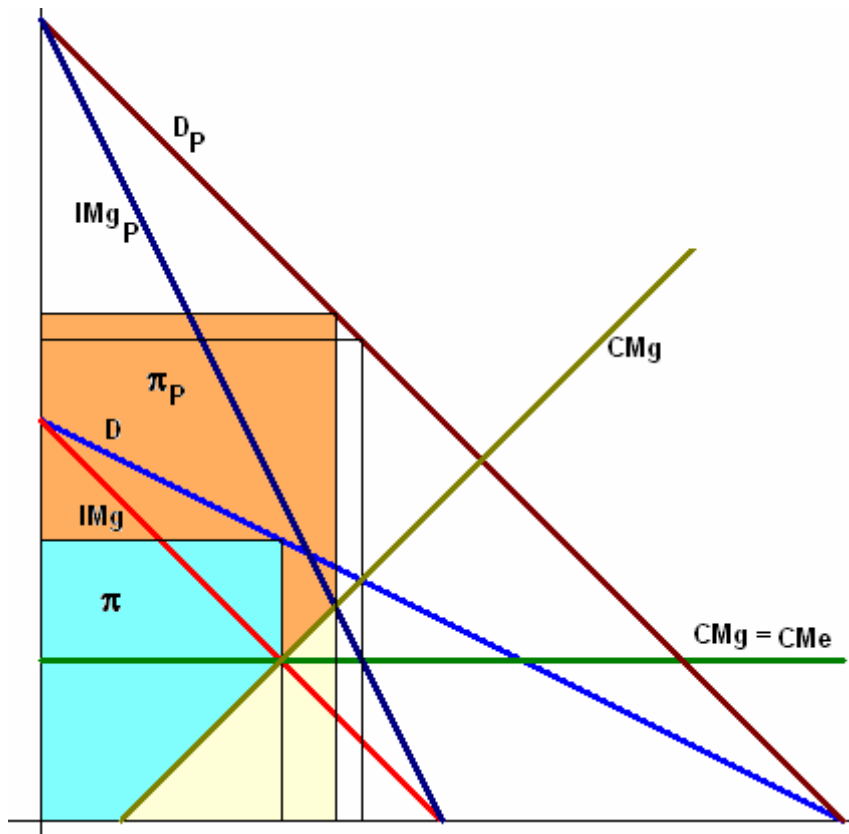
En consecuencia, con la primera alternativa de publicidad la demanda rota en sentido horario a partir del intercepto de la función inversa de demanda con el eje horizontal y hasta que el precio máximo se duplica. Como la función inversa de demanda es lineal, lo que

ocurra con ella ocurrirá con la función de ingreso marginal. Asumamos que los costos medios de la empresa son constantes. Esto implica que

$$CMe = \alpha \rightarrow$$

$$CT = CMe \cdot \alpha \rightarrow$$

$$CMg = \alpha.$$



Observe el grafico de arriba que representa la primera alternativa de publicidad. Se puede apreciar que dados los CMg constantes al duplicarse los precios para cada nivel de publicidad, la empresa maximiza sus beneficios con una mayor producción y con

un mayor precio. Como el CMg es igual al CMe se puede estimar el beneficio alcanzado por el monopolista. Este beneficio es igual al área del rectángulo con altura igual al beneficio medio ($P - CMe$) y cuya base es la producción óptima. En este caso, la publicidad bajo publicidad es mucho mayor que sin publicidad.

En el caso alternativo que el monopolio enfrente costos medios decrecientes, el monopolista optará igual por la estrategia que duplica los precios.

Si los costos medios son decrecientes, la curva del costo marginal tendría un tramo decreciente y uno creciente. Tiene forma de U. Cuando el CMe está en el nivel de producción donde su valor es mínimo, es igual al CMg, pero a partir de este nivel de producción el CMe es creciente.

Por lo tanto la empresa se ubica en un nivel de producción menor al CMe mínimo. Como el monopolista busca maximizar su beneficio comparando el IMg (que es siempre decreciente) con el CMg que es decreciente y luego creciente, entonces se ubicará en el tramo donde el CMg es creciente para maximizar el beneficio.

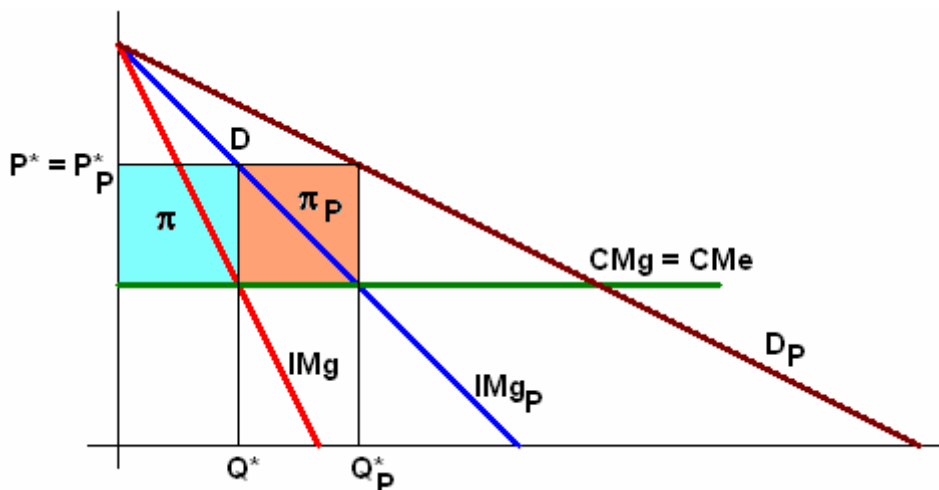
El grafico de más arriba muestra esta situación. Se ha mantenido la curva de CMg constante para hacer las comparaciones. El nivel de producción óptimo con publicidad ahora es menor que antes pero el precio es mayor. El área con color marrón no es el beneficio del monopolio. Es el beneficio variable del monopolio. Es el área debajo de la línea del precio con la estrategia publicitaria y por encima del costo marginal (incluye el trapecio de color celeste). El área del triángulo de color amarillo viene a ser el costo variable del monopolista. Lo que no considera el área del beneficio variable es el nivel del costo fijo. Con los beneficios variables la empresa debe cubrir sus costos fijos.

El área del trapecio de color celeste es el área del beneficio variable sin publicidad. Se aprecia que sin considerar el costo fijo, los niveles de beneficio variable son mayores con publicidad que duplica precios que sin ella.

¿Qué pasaría ahora si la estrategia publicitaria elegida fuera la segunda, duplicar cantidades para cada precio?

En este caso, la cantidad máxima a ser demandada es aquella que se demanda al precio cero, es el intercepto de la función inversa de demanda con el eje de cantidades. Con la segunda estrategia de publicidad, al precio cero la cantidad demandada será el doble. Al precio máximo de la función inversa de demanda la cantidad demandada es cero. Con la segunda estrategia de publicidad será también cero ($2 \cdot 0 = 0$).

Asumimos primero que la función de costos medios es constante. Este caso se puede analizar con la ayuda del grafico que sigue.

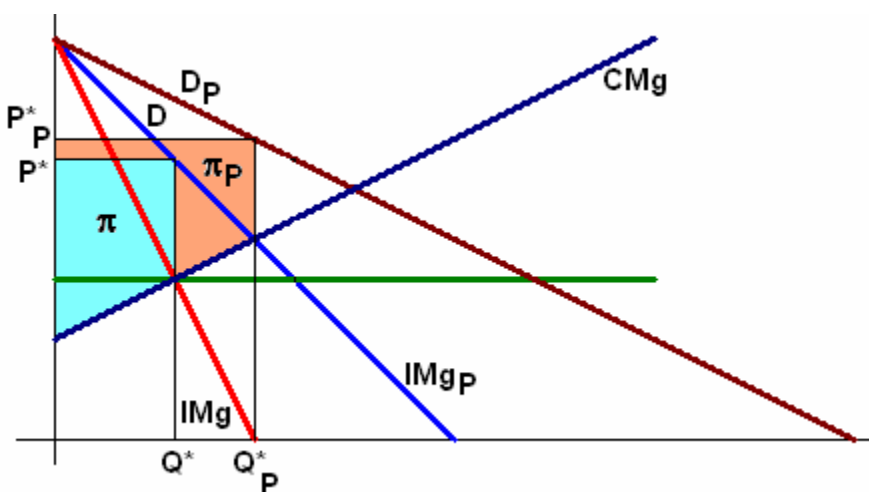


Observe que como la función inversa de demanda es lineal, la curva del ingreso marginal intercepta el eje de cantidades a la mitad de la intersección de la función inversa de demanda con ese mismo eje.

Por esta razón, con esta estrategia publicitaria se verifica que la función inversa de demanda sin publicidad es igual a la función ingreso marginal con publicidad. Por esta misma razón se cumple que el nivel de producción óptimo con publicidad es el doble del óptimo sin publicidad aunque el precio permanece constante. Finalmente, por la misma razón, el beneficio con publicidad es el doble del beneficio sin publicidad.

Tenga en cuenta que en el caso de la primera estrategia de publicidad, que duplica precios y no cantidades, el beneficio con publicidad es más del doble del beneficio sin publicidad. Observe el gráfico para establecer las proporciones del incremento del beneficio resultante de hacer publicidad.

¿Qué sucede ahora si con CMe decrecientes? La curva del costo marginal tendría pendiente positiva. Analizaremos el caso en base al gráfico que sigue.



Comparando el beneficio variable (sin considerar los costos fijos) de la alternativa con publicidad versus la alternativa sin publicidad, se prefiere la primera.

Observe que en cualquier caso siempre es mejor una estrategia

publicitaria que no hacer publicidad.

Existe además una diferencia muy importante entre ambas estrategias publicitarias. La estrategia que duplica precios tiende a “parar” la curva de demanda haciéndole más inelástica. La estrategia que duplica las cantidades tiende a “echar” la curva de demanda haciéndola más elástica.

Pasajero No.	Precio de Reserva	Demanda del Mercado	Pasajero No.	Precio de Reserva	Demanda del Mercado
1	0	48	25	24	24
2	1	47	26	25	23
3	2	46	27	26	22
4	3	45	28	27	21
5	4	44	29	28	20
6	5	43	30	29	19
7	6	42	31	30	18
8	7	41	32	31	17
9	8	40	33	32	16
10	9	39	34	33	15
11	10	38	35	34	14
12	11	37	36	35	13
13	12	36	37	36	12
14	13	35	38	37	11
15	14	34	39	38	10
16	15	33	40	39	9
17	16	32	41	40	8
18	17	31	42	41	7
19	18	30	43	42	6
20	19	29	44	43	5
21	20	28	45	44	4
22	21	27	46	45	3
23	22	26	47	46	2
24	23	25	48	47	1

La estrategia que duplica precios tiende a “parar” la curva de demanda haciéndole más inelástica. La estrategia que duplica las cantidades tiende a “echar” la curva de demanda haciéndola más elástica.

Para el monopolista la estrategia más adecuada es la que le permite operar sobre

el tramo más inelástico de su función de demanda. Es decir la estrategia que duplica precios. Y dentro de esta estrategia se alcanzan mejores resultados si la empresa opera con costos medios decrecientes que si lo hace con costos medios constantes.

- 14) En la estación "Vivitos", distante 10 Km de la ciudad homónima, cada domingo arriba por ferrocarril un nuevo contingente de 48 pasajeros que desea llegar a la ciudad cuanto antes.

Cada uno de los pasajeros tiene un cartelito en la solapa con un número entero entre 0 y 47 que indica el precio máximo que cada pasajero está dispuesto a pagar para llegar cuanto antes a la ciudad. Resulta curioso observar que jamás número alguno se repite entre los distintos pasajeros. El único medio de transporte disponible cuando arriba el nombrado contingente es el ómnibus de 50 asientos "El Rapidito" cuyo dueño es un maximizador de beneficios notorio y quien está autorizado por las autoridades municipales a solo realizar un viaje diario y cobrar un boleto único por pasajero a la ciudad. Es sabido que

el costo fijo de "El Rapidito" es de \$100 por viaje y que su costo variable es de \$8 por pasajero transportado. ¿Cuántos pasajeros transportará "El Rapidito" y a qué precio por pasajero?

(Este problema forma parte del conjunto de cuestionarios que el Profesor Fernando Tow de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires ha publicado en su sitio web como soporte de su asignatura. Es muy creativo y permite fortalecer los conceptos de optimización del monopolista y de discriminación de precios.)

La demanda para viajar en El Rapidito hacia la ciudad de vivitos se presenta como un conjunto de valores discretos. La tabla de arriba se ha construido en base a la información del precio de reserva de cada pasajero. Los precios se mueven en un intervalo de 0 a 47.

Aprecie que considerando los precios de reserva de cada pasajero se puede estimar la demanda del mercado. Así, al precio 47 sólo un pasajero está dispuesto a tomar El Rapidito para llegar a la ciudad de vivitos. Sin embargo al precio 0 existe sólo un pasajero con ese precio de reserva pero si este fuera el precio para viajar a la ciudad de Vivitos es claro que todos los pasajeros estarían dispuestos a viajar.

En consecuencia la tabla nos brinda la información suficiente de la función de demanda del mercado. De ella podemos obtener la función de ingreso marginal. Basta hallar el ingreso total y luego el cambio en el ingreso total resultante de vender un pasaje más.

La misma tabla puede mostrar la información del costo marginal. Como el costo variable medio es constante, entonces es igual al costo marginal. La información completa se puede apreciar en el cuadro que sigue a continuación.

P	Q	IT	IMg	CMg	P	Q	IT	IMg	CMg
0	48	0		8	24	24	576	1	8
1	47	47	47	8	25	23	575	-1	8
2	46	92	45	8	26	22	572	-3	8
3	45	135	43	8	27	21	567	-5	8
4	44	176	41	8	28	20	560	-7	8
5	43	215	39	8	29	19	551	-9	8
6	42	252	37	8	30	18	540	-11	8
7	41	287	35	8	31	17	527	-13	8
8	40	320	33	8	32	16	512	-15	8
9	39	351	31	8	33	15	495	-17	8
10	38	380	29	8	34	14	476	-19	8
11	37	407	27	8	35	13	455	-21	8
12	36	432	25	8	36	12	432	-23	8
13	35	455	23	8	37	11	407	-25	8
14	34	476	21	8	38	10	380	-27	8

15	33	495	19	8	39	9	351	-29	8
16	32	512	17	8	40	8	320	-31	8
17	31	527	15	8	41	7	287	-33	8
18	30	540	13	8	42	6	252	-35	8
19	29	551	11	8	43	5	215	-37	8
20	28	560	9	8	44	4	176	-39	8
21	27	567	7	8	45	3	135	-41	8
22	26	572	5	8	46	2	92	-43	8
23	25	575	3	8	47	1	47	-45	8

Como se trata de variable discreta, para encontrar el número de pasajeros que viajará en El Rapidito y el precio del boleto, que maximizan el beneficio del dueño de la empresa, buscaremos el nivel de boletaje donde el $IMg \geq CMg$. En este caso no se

encuentra una combinación donde el $IMg = CMg$; por lo tanto buscamos la relación $IMg > CMg$ más cercana a la condición $IMg = CMg$. Esto se produce cuando el precio del boleto es 20 y hay 28 pasajeros dispuestos a pagarlo. Estos son los pasajeros dispuestos a pagar el precio de reserva 20, 21, 22, ..., 47.

- 15) Si apenas partido "El Rapidito" llegara otro ómnibus -denominado "El Lentito"- de igual envergadura que el anterior y con idéntica autorización municipal que "El Rapidito" pero pudiendo cobrar un boleto único distinto a éste -y cuyos costos por viaje son \$150 fijos y \$4 por pasajero transportado y quien también maximiza beneficios, ¿En cuánto estima Ud. que "El Lentito" fijará el valor del boleto y cuántos pasajeros transportará?

Cuando sale El Rapidito en el mercado quedan 20 pasajeros. Son los pasajeros cuyo precio de reserva es menor al precio del boleto de El Rapidito, $P_R < 20$.

Aquí están todos los pasajeros dispuestos a subir a El Lentito si el boleto que tienen que pagar fuera 19, 18, 17, ..., ó 0.

P5	Q	P5	IMg	CMg
06	20	64	-11	4
17	39	59	18	4
28	28	36	17	4
39	17	59	16	4
4	16	64	13	4
5	15	75	11	4
6	14	84	9	4
7	13	91	7	4
8	12	96	5	4
9	11	99	3	4
10	10	100	1	4
11	9	99	-1	4
12	8	96	-3	4
13	7	91	-5	4
14	6	84	-7	4

Es decir, la demanda de El Lentito es la demanda del mercado menos la demanda efectiva de El Rapidito. El cuadro de la izquierda presenta la Tabla de Demanda de El Lentito.

El precio del boleto que debe cobrar el dueño de El Lentito es 8 y la cantidad de pasajeros que viajarán a la ciudad de Vivitos es de 12.

Observe que es posible que entre al mercado una tercera empresa, después de la salida de El Rapidito y después de la salida de El Lentito, que pueda atender la demanda residual del mercado. Esto es, los pasajeros con precios de reserva menores a 8.

Esta posibilidad se hace viable si esta tercer empresa, llamémosla La Tortuguita tuviera costos variables por pasajero, de digamos, 2 y costos fijos de, digamos 150 por viaje. El lector puede estimar la demanda residual para La Tortuguita, el precio que maximiza el beneficio y la cantidad de pasajeros que trasladaría a la ciudad de Vivitos.

- 16) Si ambos ómnibus estuvieran bajo el control de una sola empresa -y no existiera economía de costos alguna por dicha razón, ¿quién llegaría primero a la estación de "Vivitos", cuánto cobraría por boleto cada ómnibus y cuántos pasajeros transportaría?

Se tienen dos alternativas, primero llega El Rapidito y luego El Lentito, o, al revés, primero El Lentito y luego El Rapidito.

P	Q	IT	IMg	CMg
0	22	0		8
1	21	21	21	8
2	20	40	19	8
3	19	57	17	8
4	18	72	15	8
5	17	85	13	8
6	16	96	11	8
7	15	105	9	8
8	14	112	7	8
9	13	117	5	8
10	12	120	3	8
11	11	121	1	8
12	10	120	-1	8
13	9	117	-3	8
14	8	112	-5	8
15	7	105	-7	8
16	6	96	-9	8
17	5	85	-11	8
18	4	72	-13	8
19	3	57	-15	8
20	2	40	-17	8
21	1	21	-19	8

En el primer caso, primero llega El Rapidito y luego El Lentito, la empresa obtendría los siguientes ingresos por la venta de boletos: $IT_{ER} = 20 \cdot 28 = 560$; $IT_{EL} = 8 \cdot 12 = 96$; $IT = 656$.

Los costos serían: $CT_{ER} = 100 + 8 \cdot 28 = 324$; $CT_{EL} = 150 + 4 \cdot 12 = 198$; $CT = 522$.

En consecuencia el beneficio obtenido será 134.

Veamos qué sucede si la empresa decidiera operar sus ómnibus ingresando primero El Lentito y luego El Rapidito.

El Lentito se enfrenta a la misma información de ingreso marginal que El Rapidito. Pero las enfrenta con un costo marginal menor. Si se reemplaza en el cuadro de la pregunta 14, en la columna de costo marginal el valor 8 por el valor 4, se encontrará que el nivel de producción donde se cumple de manera más aproximada la relación $IMg = CMg$ es 26 pasajeros al precio de 22 el boleto. El precio del boleto sería más caro y viajarían menos pasajeros.

El beneficio que genera este ómnibus a la empresa es: $22 \cdot 26 - 150 - 4 \cdot 26 = 318$.

Una vez que ha salido de la Estación El Lentito ingresa El Rapidito y se enfrenta a la demanda residual. En la estación de vivitos quedan los pasajeros con precios de reserva menores a 22. Estos son 22 pasajeros. Los que están dispuestos a pagar 21, 20, 19, ..., y 0. La siguiente tabla muestra la función de demanda, IMg y CMg.

El precio que cobraría El Rapidito será de 7 y 15 pasajeros pagarán el boleto.

El beneficio que genera este ómnibus a la empresa es: $7 \cdot 15 - 100 - 8 \cdot 15 = -115$.

El beneficio total será: $318 - 115 = 203$.

En consecuencia, si una sola empresa asume la administración de los dos ómnibus y entra primero El Rapidito y luego El Lentito, se obtienen beneficios ascendentes a 134.

Si primero entra El Lentito y después El Rapidito se obtienen beneficios ascendentes a 203.

Por lo tanto se concluye que primero debe entrar El Rapidito.

Observe que a pesar de la pérdida que genera El Rapidito cuando entra después de El Lentito, los beneficios que obtiene El Lentito son tan altos que cubren esa pérdida.

Esto es así porque los pasajeros están dispuestos a mayores precios con tal de salir con el primer ómnibus y llegar primero a la ciudad de Vivitos.

Observe que el precio sube de 20 a 22, un 10% mientras el número de pasajeros disminuye de 28 a 26, un 7%.

De otro lado, para los pasajeros del segundo ómnibus el precio pasa de 8 a 7, disminuye 12.5% y el número de pasajeros pasa de 12 a 15, un 25%. La demanda que enfrenta El Rapidito es más elástica pero sus costos variables son el doble de El Lentito.

17) ¿Cuál sería la indemnización mínima por lucro cesante que la Municipalidad de "Vivitos" deberá abonar a la empresa si quisiera imponerle un precio competitivo y la ley le reconoce a la empresa el derecho a operar el trayecto estación-ciudad monopólicamente?

Para responder esta pregunta primero asumimos que la empresa opera la combinación más eficiente de turno de sus ómnibus, primero El Lentito y después El Rapidito. El beneficio que obtiene es de 203.

Si la Municipalidad quiere imponerle el precio bajo competencia, tendrá que cubrir el costo de oportunidad de la empresa.

Al salir primero El Lentito, el precio del boleto sería igual al costo marginal, $P = 4$. La demanda a este precio es de 44 pasajeros. El beneficio sería: $4 \cdot 44 - 150 - 4 \cdot 44 = -150$.

Luego entra El Rapidito, el precio del boleto sería igual al costo marginal, $P = 8$. La demanda residual a este precio sería de cero, porque los únicos pasajeros que quedan en la estación son los cuatro que tienen precios de reserva de 3, 2, 1 y 0. En consecuencia, El Rapidito no tendría pasajeros y sus beneficios serán iguales a sus costos fijos: -100. El beneficio total será entonces $-100 -150 = -250$.

En consecuencia si la empresa tuviera que cobrar el precio bajo competencia, se tendrían pérdidas acumuladas de 250. A esto se añade el beneficio no percibido, 203. El costo de oportunidad total asciende a 453.

La indemnización mínima por lucro cesante asciende a 453.

- 18) Asumiendo una pasividad total por parte de los demandantes en el caso que la empresa decidiera discriminar precios, ¿A cuánto ascendería el canon máximo (pago fijo) por domingo que la empresa estaría dispuesta a pagar a la Municipalidad por el privilegio de no estar sujeta a cobrar un precio único por viaje y en consecuencia poder actuar como un discriminador de precios perfecto?

Si la empresa pudiera discriminar precios, cobraría el precio de reserva de cada pasajero hasta llegar al pasajero cuyo precio de reserva es igual al costo marginal.

En este caso los ingresos de El Lentito serían:

$47+46+45+44+43+42+41+40+39+38+37+36+35+34+33+32+31+30+29+28+27+26+25+24+23+22+21+20+19+18+17+16+15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4 = 1122$. Los costos por estos 44 pasajeros son: $4 \cdot 44 + 150 = 326$. El beneficio obtenido es: 796.

En el caso de El Rapidito, el empresario no está dispuesto a llevar a pasajeros pues su CMg es mayor al precio de reserva de cada pasajero de la demanda residual.

Considerando que sin discriminación de precios, la empresa puede obtener 203 de beneficio, y con discriminación el beneficio se eleva a 796, el canon máximo que estaría dispuesto a pagar por obtener el derecho de discriminar precios será: $796 - 203 = 593$.

Nota: El problema de la Estación de Vivitos admite una segunda forma de llegar a las respuestas que se solicitan. Como los precios de reserva van de unidad en unidad, la función de demanda se puede representar por una función lineal. Tenga en cuenta que si al precio cero la demanda es de 48 pasajeros, y al precio 47 la demanda es de 1 pasajero, entonces se puede concluir que al precio 48 la demanda es cero. Una función inversa de demanda que representa a los precios de reserva de la primera tabla, en el problema 14, es: $P = 48 - Q$. La función de ingreso marginal correspondiente sería: $IMg = 48 - 2Q$. Si primero entra El Rapidito, la

condición $IMg = CMg$ será: $48 - 2Q = 8 \rightarrow Q^* = 20$. El precio será: $P = 48 - 20 \rightarrow P^* = 28$. Estos resultados coinciden con los obtenidos más arriba. Invitamos al lector a seguir este procedimiento para resolver los problemas 15, 16, 17 y 18. Pero recuerde que la información es discreta y no continua.

19) Si las funciones de costo total y de demanda son respectivamente: $CT = 50 + 15Q + Q/100$,
 $P = 215,4 - 5Q$ Indique el precio y cantidad de equilibrio en los siguientes casos:

- La empresa se comporta como una industria perfectamente competitiva.
- La empresa se comporta como un monopolio maximizador de beneficios.
- La empresa se comporta como un maximizador de ventas sujeto a una restricción de generar un beneficio de \$1933,96.

Si la industria es competitiva aplicamos la condición $P = CMg$. $CT = 50 + 15Q + Q/100 \rightarrow$
 $CMg = 15 - 100/Q^2$. Entonces: $215,4 - 5Q = 15 - 100/Q^2 \rightarrow Q^* = 41.05 \rightarrow$
 $P^* = 215.4 - 5 \cdot 41.05 \rightarrow P^* = 10.13$.

Si la empresa se comporta como un monopolista maximizador de beneficios, aplicamos la condición $IMg = CMg$. Como $P = 215,4 - 5Q \rightarrow$
 $IMg = 215.4 - 10Q$. En consecuencia:
 $215.4 - 10Q = 15 - 100/Q^2 \rightarrow Q^* = 20.99 \rightarrow P^* = 110.43$.

¿Qué pasa si la empresa se comporta como un maximizador de ventas, es decir del ingreso total, sujeto a una restricción de generar un beneficio de \$1933,96?

La función beneficio estará dada por $\pi = IT - CT \rightarrow \pi = P^*Q - 50 - 15Q - Q/100$. La restricción tiene la forma: $\pi = P^*Q - 50 - 15Q - Q/100 = 1933.96 \rightarrow$
 $(215.4 - 5Q) \cdot Q - 50 - 15Q - Q/100 \rightarrow 1933.96 = 200.4Q - 5Q^2 - Q/100 - 50 \rightarrow Q^* = 22.22$ ó $Q^* = 17.86$ (la ecuación tiene dos soluciones. Como la función beneficio es del tipo $\pi = f(Q)$, la restricción del beneficio a 1933.96 determina dos niveles de producción salvo que 1933.96 sea el beneficio máximo que se pueda alcanzar en este mercado.

Es decir la función beneficio es de forma U invertida. Tiene un primer tramo creciente y otro decreciente. La empresa obtiene un beneficio de 1933.96 con una producción de 17.86 o con una de 22.22. Para cada nivel de producción existe un precio determinado por la función de demanda. Como se busca maximizar las ventas, el ingreso por ventas, buscamos el valor de las ventas para cada nivel de producción.

Si $Q = 17.86 \rightarrow P = 126.1 \rightarrow IT = 2252.15$.

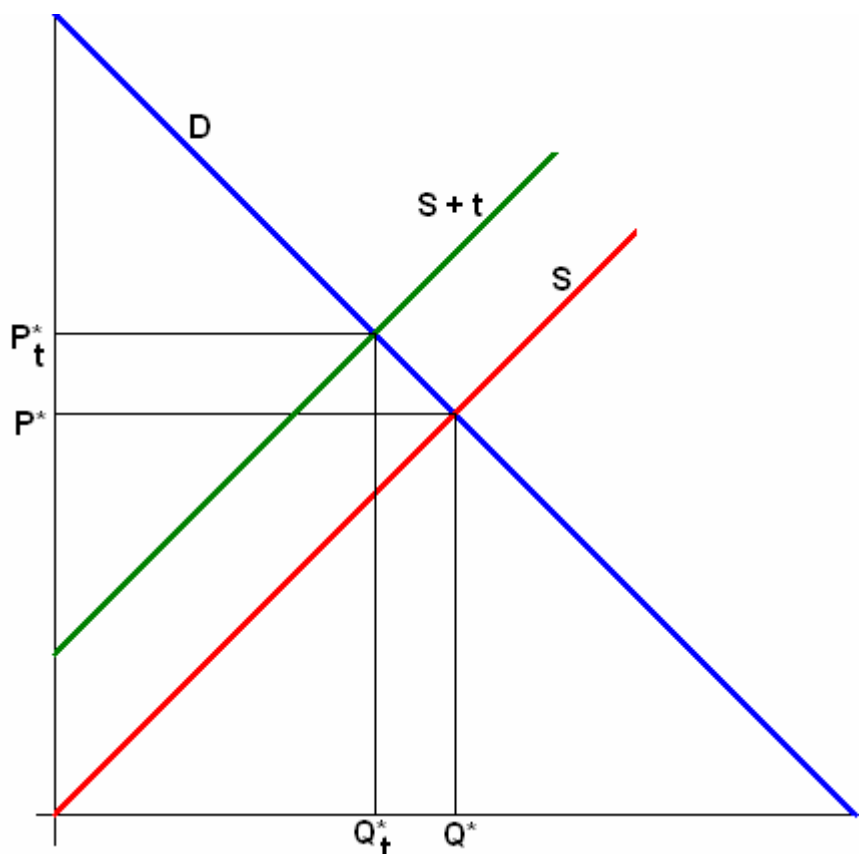
Si $Q = 22.22 \rightarrow P = 104.3 \rightarrow IT = 2317.55$.

En consecuencia $Q = 22.22$ es el nivel de producción que maximiza las ventas sujeto a la restricción del beneficio a 1933.96.

Observe que en este caso se escoge un nivel de producción mayor al correspondiente al beneficio máximo. El ingreso marginal en este caso es negativo. El lector puede verificar esto y que el ingreso marginal para el nivel de producción 17.86 es positivo. Aquí el objetivo de maximizar el ingreso total impide a la empresa alcanzar un beneficio mayor.

- 20) Suponiendo que la curva de costos del monopolista fuera la misma que la suma agregada de las de las empresas competitivas, determine el efecto de un impuesto de suma fija por una parte y el de un impuesto por unidad de venta por la otra, en los siguientes casos:
- Un mercado perfectamente competitivo.
 - Si este mercado hubiera sido monopolizado por un maximizador de ventas.
 - Si este mercado hubiese sido monopolizado por un maximizador de beneficios.
- (Asuma demandas lineales y costos medios constantes)

Si los costos del monopolista son un múltiplo de los costos de cada empresa competitiva, entonces se considera la función de CMg del monopolio como la función de oferta de las empresas competitivas.



Asumiendo que el mercado es perfectamente competitivo, el impuesto por unidad específica se presenta como un desplazamiento, arriba a la izquierda, de la función de oferta. La cantidad de equilibrio será menor y el precio mayor después del impuesto.

Observemos el comportamiento de la industria competitiva frente a estos dos tipos

de impuestos, en el grafico que sigue a continuación.

Si en lugar de aplicar un impuesto específico por unidad de venta se aplicara un impuesto de suma fija, entonces el nivel de producción donde la oferta es igual a la demanda no se modifica porque el impuesto de suma fija actúa como un costo fijo.

En otras palabras, si la función de oferta es del tipo $P = f(Q)$, la función de oferta con un impuesto de suma fija es: $P = f(Q)$. No se produce ningún cambio.

Sin embargo, si el monto del impuesto de suma fija es de tal naturaleza que provoca que los vendedores obtengan una pérdida mayor al costo fijo sin impuestos, entonces saldrán en el mercado en el corto plazo. Si las empresas han ajustado sus inversiones de manera eficiente y el gobierno impone el impuesto de suma fija provocando pérdidas económicas, entonces también saldrán del mercado.

Solo si las empresas siguen obteniendo beneficios el impuesto de suma fija no provocará el cierre de las empresas.

Las empresas seguirán produciendo al mismo nivel y al mismo precio. El excedente de los consumidores no se modifica, tampoco el beneficio operativo de la empresa ($IT - CV$).

En consecuencia, en el grafico de arriba no hay cambios en el precio y cantidad de equilibrio si se aplica un impuesto de suma fija. Pero para que esto suceda, el impuesto de suma fija debe ser de tal naturaleza que no provoque la salida de las empresas del mercado.

En el caso del impuesto específico, la producción disminuye y el precio sube. En consecuencia se produce una ineficiencia en el mercado. Disminuye el excedente del consumidor y el del productor.

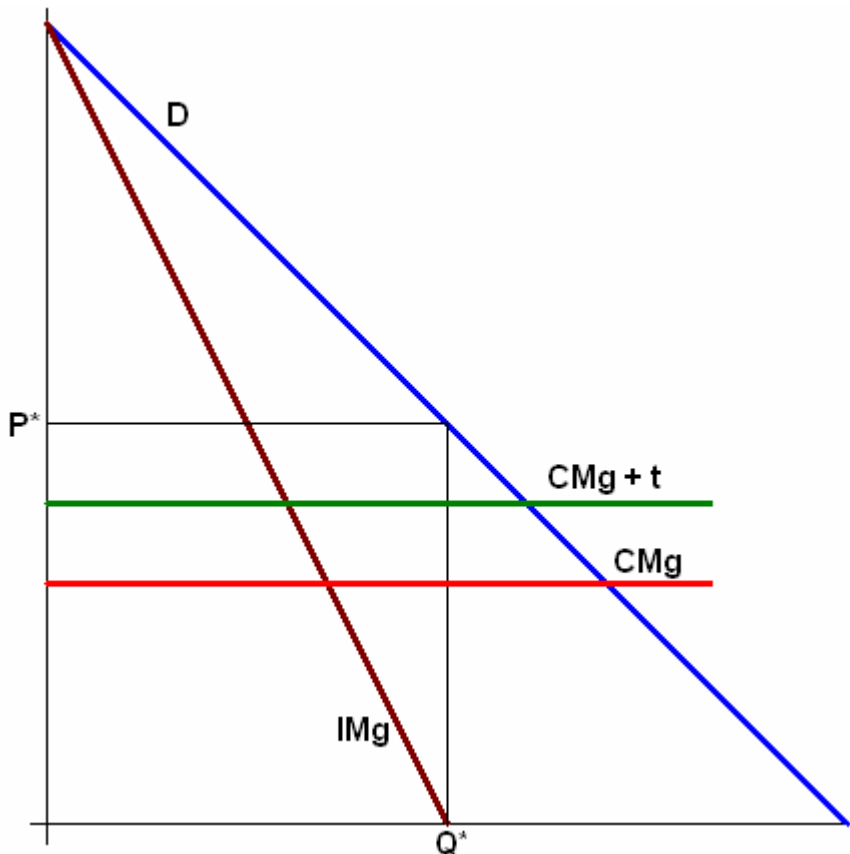
En el caso en que el monopolista actúa como maximizador de ventas, entonces el nivel de producción queda determinado por la función de demanda. El monopolista no considera la función de costos.

Para maximizar las ventas el monopolista aplica las CPO a la función de ingreso marginal:

$\frac{\partial IT}{\partial Q} = IMg = 0$ Como los costos medios son constantes e iguales al

costo marginal, asumimos que la empresa está operando sobre un nivel de producción donde $P > CMg = CMe$. La distancia entre el precio (ingreso medio) y el costo medio, es el beneficio medio:

$\pi_{Me} = P - CMe.$



Si el gobierno aplica un impuesto específico entonces la curva de CMg se desplaza verticalmente hacia arriba una distancia igual al impuesto, digamos t . Si t es menor que el beneficio medio, la empresa seguirá operando sobre el mismo nivel de producción. Si t es igual o mayor al beneficio medio la empresa sale del mercado.

¿Qué ocurre si el impuesto no es un impuesto específico por unidad vendida sino un impuesto de monto fijo?.

El CMg no se ve afectado porque el impuesto se aplica como un incremento en los costos fijos de la empresa. Además la función de CMg no participa en la determinación del nivel de producción porque la empresa es maximizadora de ventas.

Aquí si el beneficio total después de pagar el impuesto de suma fija es positivo la empresa seguirá operando. Pero si los beneficios son negativos la empresa sale del mercado.

Observemos la situación en el grafico que sigue.

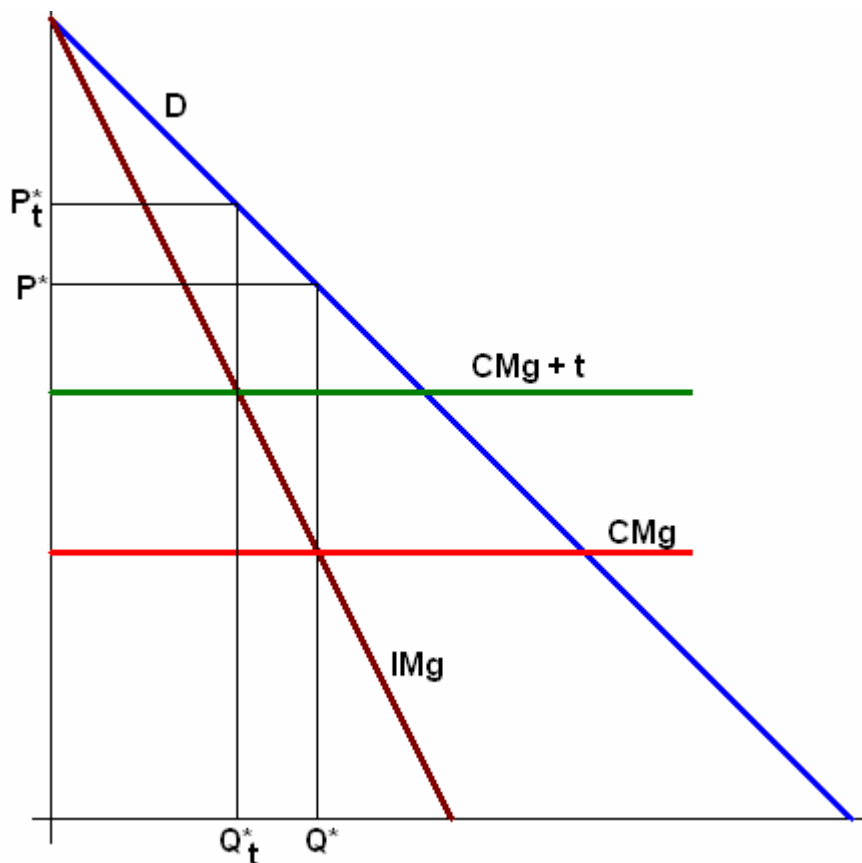
El nivel de producción que maximiza las ventas se encuentra cuando hacemos $IMg = 0$ que es la condición donde el IT se maximiza.

Observe que la producción queda determinada exclusivamente por la función de demanda.

Cuando se aplica el impuesto específico, la curva de CMg se desplaza verticalmente hacia arriba en el monto del impuesto. Pero esto no afecta la producción de equilibrio encontrada antes.

El grafico indica que el beneficio con la aplicación del impuesto es aún positivo y la empresa continúa en el mercado.

Si el impuesto fuera mayor y el beneficio fuera entonces negativo, la empresa sale del mercado.



Si en vez de un impuesto específico se fijara un impuesto de suma fija, el nivel de producción no cambia porque la demanda no cambia. La conclusión es que la empresa saldrá del mercado sólo si el impuesto de suma fija transforma los beneficios económicos en pérdidas.

En el caso de la empresa monopolística maximizadora del

beneficio, si se aplica un impuesto específico, la función de CMg se desliza como antes, verticalmente hacia arriba.

El precio sube y la cantidad disminuye.

(Nota: Si la función de demanda no fuera lineal es factible esperar un interesante resultado, la aplicación de un impuesto específico puede dar como resultado un incremento en el precio por encima del monto del impuesto. Dejamos al lector hacer el análisis correspondiente que explique esta posibilidad.)

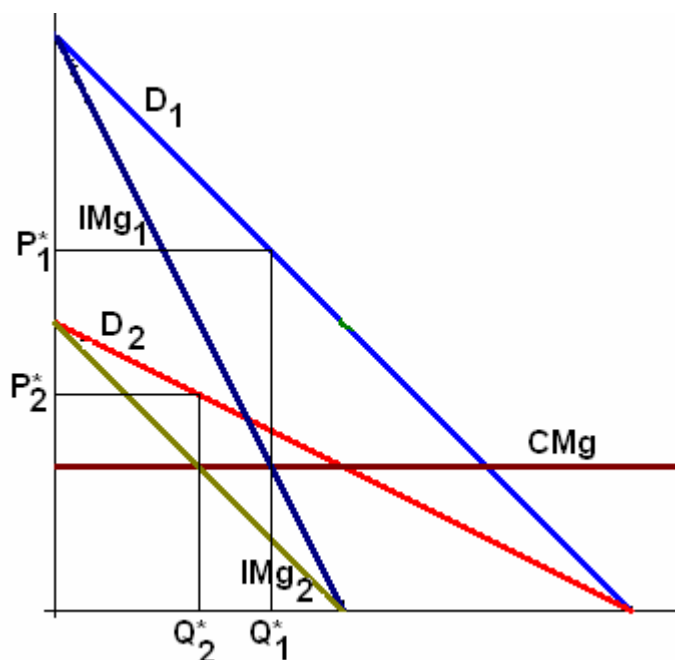
Si en vez del impuesto específico se aplicara un impuesto de suma fija, ni el precio ni la producción se modifica pero se ve afectado el beneficio en el monto del impuesto. Si este es mayor al beneficio sin impuestos la empresa sale del mercado.

- 21) Considere un monopolista que enfrenta dos mercados separados con las siguientes funciones de demanda: $Q_1 = 24 - P_1$; $Q_2 = 24 - 2P_2$. Los costos de producción del monopolista son $CT(Q_1, Q_2) = 6(Q_1 + Q_2)$.
- Determine el precio y la cantidad que maximiza el beneficio del monopolista para cada mercado.
 - Suponga que el monopolista está prohibido por la ley para practicar la discriminación de precios. Determine el precio y la cantidad que maximiza el beneficio del monopolista.

- c) Estime el excedente del consumidor, el beneficio del monopolista y la pérdida de bienestar encontrados en las partes (a) y (b) y escriba un comentario comentando ambas situaciones. ¿Debe considerar el Gobierno prohibir la práctica de la discriminación de precios? Explique.
- d) Resuma los resultados encontrados en las partes (a), (b), y (c) en un gráfico. Identifique puntos sobre él, grafique y sombree las áreas correspondientes al excedente del consumidor y el beneficio del monopolista.
- e) Suponga que el monopolista es permitido discriminar como en la parte (a), pero los consumidores son capaces de revender el producto entre los mercados incurriendo en un costo de \$3 por unidad. ¿Cuál será el precio y la cantidad en cada Mercado dada esta posibilidad de actuar de los consumidores.
- f) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar el monopolista para convencer al gobierno de aprobar una ley que prohibiera a los consumidores la reventa del producto? Explique su razonamiento.

Si hacemos $Q_1 + Q_2 = Q \rightarrow CT = 6Q \rightarrow CMg = 6$. Como el monopolista enfrenta mercados separados, la condición $IMg = CMg$ se convierte en: $CMg = IMg_1, CMg = IMg_2 \rightarrow CMg = IMg_1 = IMg_2$.

El monopolista distribuye las ventas entre los distintos mercados que enfrenta de acuerdo con el principio $IMg = CMg$. La primera venta la realizará allí donde el $IMg > CMg$. Si el $IMg_1 > IMg_2$ entonces el monopolista venderá la primera unidad en el primer mercado. Si con la segunda unidad el $IMg_1 > IMg_2$ seguirá vendiendo en este mercado. Pero tenga en cuenta que el IMg es decreciente. En consecuencia en algún momento el $IMg_2 > IMg_1$ y el monopolista venderá en el mercado 2. Este procedimiento sigue hasta que se cumpla $CMg = IMg_1 = IMg_2$.



Como $Q_1 = 24 - P_1 \rightarrow P_1 = 24 - Q_1 \rightarrow IMg_1 = 24 - 2Q_1$.
 Como $Q_2 = 24 - 2P_2 \rightarrow P_2 = 12 - Q_2/2 \rightarrow IMg_2 = 12 - Q_2$.

Haciendo $CMg = IMg_1 \rightarrow 24 - 2Q_1 = 6 \rightarrow Q_1^* = 9 \rightarrow P_1^* = 15$.

Haciendo $CMg = IMg_2 \rightarrow 12 - Q_2 = 6 \rightarrow Q_2^* = 6 \rightarrow P_2^* = 9$.

El gráfico de la izquierda muestra los resultados encontrados.

Se iguala el IMg de cada mercado con el CMg del monopolio y quedan determinados Q^*_1 y Q^*_2 . Luego se sube hasta la función de demanda de cada mercado y quedan determinados P^*_1 y P^*_2 .

Observe que el precio más alto se obtiene en el mercado 1 donde los precios de reserva siempre son más altos que en el caso de los consumidores en el mercado 2. En este caso el monopolista cobra más donde los consumidores están dispuestos a pagar más.

Lo contrario sucede en el mercado 2. Los consumidores tienen precios de reserva menores y el monopolista cobra allí un precio menor.

Supongamos ahora que el monopolista no puede discriminar precios. Es decir que es un monopolista de precio único. En este caso la condición para maximizar el beneficio es $IMg = CMg$. Pero la función IMg se deriva de la función inversa de demanda del monopolio.

¿Cuál es la función inversa de demanda del monopolio?

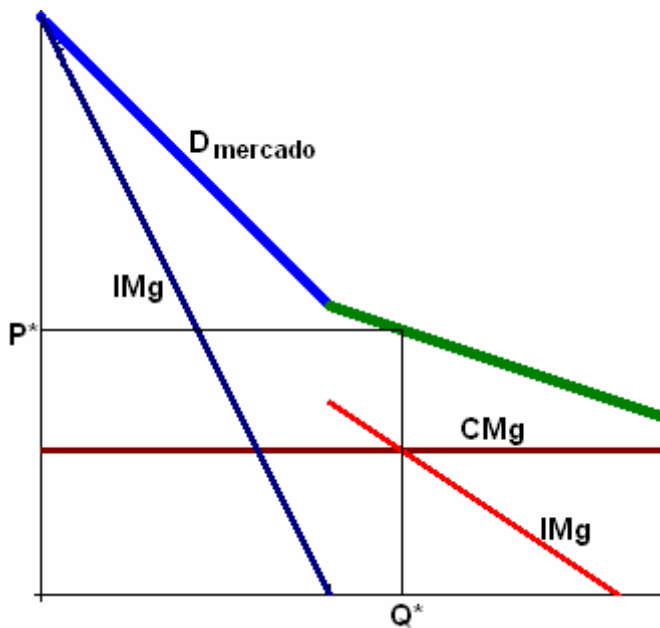
El monopolio enfrenta dos mercados diferentes, pero como no puede explotar esa diferencia discriminando precios, debe vender a cada mercado al mismo precio. El problema es entonces obtener la demanda del monopolista en cada mercado para cada precio. Esto es, la suma horizontal de las dos funciones de demanda. El resultado será la función de demanda del monopolio que es una función quebrada. Tenga en cuenta que los consumidores están dispuestos a comprar hasta el precio 24 en el mercado 1 pero en el mercado 2 están dispuestos a comprar hasta el precio 12. Por lo tanto la demanda del monopolista a precios a partir de 24 y hasta 12 es la demanda del mercado 1. A partir del precio 12 hacia abajo la demanda del monopolista es igual a la suma de las cantidades demandadas en cada mercado. El punto de quiebre se produce al nivel del precio 12. A partir de este precio la demanda del monopolista es más "echada".

$Q_1 = 24 - P$, $Q_2 = 24 - 2P \rightarrow Q_1 + Q_2 = Q \rightarrow Q = 48 - 3P$ es la función de demanda del monopolio para precios a partir de $P = 12$ hacia abajo.
 $Q = 24 - P$ es la función de demanda del monopolio para precios entre $P = 24$ y $P = 12$.

Observe que como $CMg = 6$ entonces emplearemos la demanda del monopolio para los precios de 12 hacia abajo.

Ahora obtenemos la función inversa de demanda del monopolio: $Q = 48 - 3P \rightarrow P = 16 - Q/3 \rightarrow IMg = 16 - 2Q/3$, haciendo $CMg = IMg \rightarrow 6 = 16 - 2Q/3 \rightarrow Q^* = 15 \rightarrow P^* = 11$.

El siguiente grafico muestra la situación cuando el monopolista no puede discriminar precios.



La demanda del mercado es una demanda quebrada. El tramo de color azul corresponde a la función de demanda del mercado 1. Para estos precios no demandan los consumidores del mercado dos.

El tramo de color verde corresponde a la suma horizontal de las demandas del mercado 1 y del mercado 2. Por esta razón esta demanda es más

“echada” que en el caso del primer tramo.

Anotamos como un resultado interesante el hecho que la curva de \$IMg\$ es una curva “rota” que resulta de una curva de demanda quebrada. Al nivel de la producción \$Q = 12\$ la función \$IMg\$ del mercado presenta una discontinuidad, un “hueco”. Esto porque a ese nivel de producción el \$IMg\$ correspondiente a la demanda del mercado de altos precios, sólo el mercado 1, es igual a 0, mientras que la curva de \$IMg\$ del mercado correspondiente al tramo más “echado” tiene un valor igual a 8. La longitud del “hueco” es \$8 - 0 = 8\$.

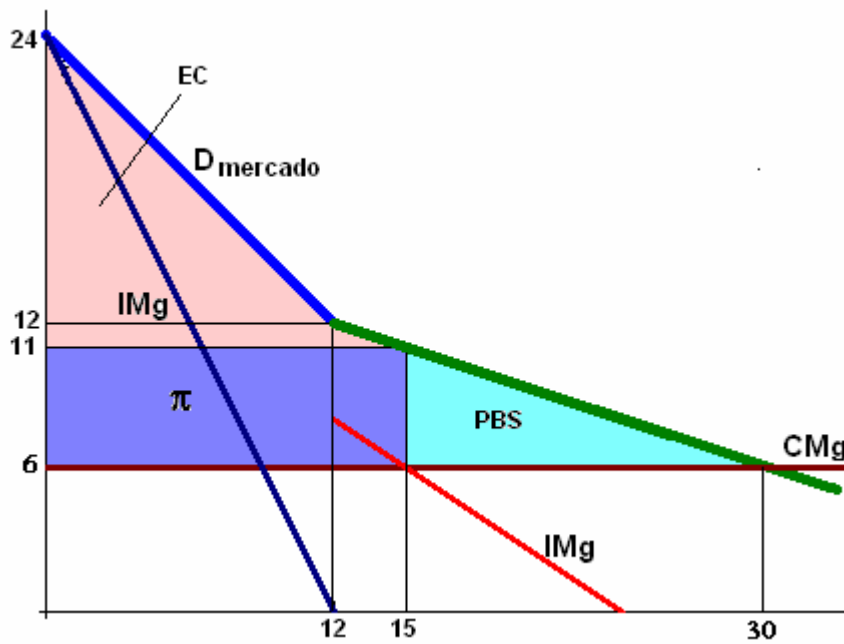
Igualando el \$IMg\$ con el \$CMg\$ se encuentra \$Q^* = 15\$ y \$P^* = 11\$. Observe que la producción cuando el monopolista no discrimina es igual a la producción cuando discrimina precios en dos mercados.

Vamos a estimar ahora el excedente del consumidor (EC), el beneficio del monopolista (\$\pi\$) y la pérdida de bienestar social (PBS) por la presencia del monopolio, en el caso de la discriminación de precios.

El grafico que sigue nos ayudará a hacer estos cálculos.

El excedente del consumidor es el área del polígono debajo de la función de demanda y encima del precio del monopolista de precio único:

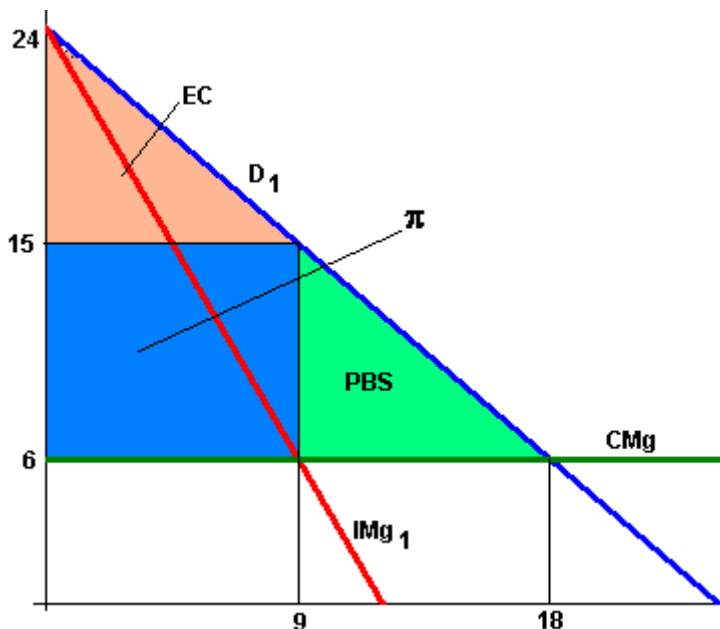
$$(24-12)(12)/2 + (12-11)(12) + (12-11)(15-12)/2 = 85.5.$$



El beneficio del monopolista de precio único es el área del rectángulo debajo del precio y arriba del costo medio. Tenga en cuenta que si el CMg es constante entonces $CT = CMgQ$ y el $CMe = CT/Q = CMgQ/Q =$

CMg. El área de este rectángulo es:
 $(11-6)(12) = 60$.

La pérdida de bienestar social es el área del triángulo debajo de la función de demanda y arriba de la función de costo marginal limitada por el precio único del monopolista y por la intercepción de la demanda con el CMg. Tenga en cuenta que es el área que se pierde por no estar bajo la solución del modelo competitivo.



En nuestro caso esta área es: $(11-6)(30-15)/2 = 37.5$.

¿Cómo son todos estos valores en el caso que el monopolista discrimina precios?

Los gráficos que siguen nos ayudarán a estimar el EC, el π y la PBS cuando el monopolista discrimina precios.

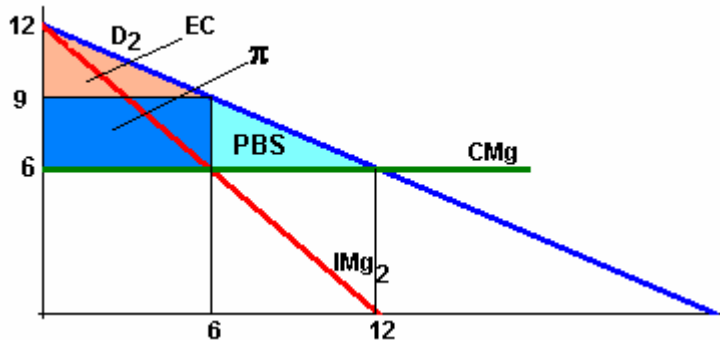
En el caso del primer mercado se alcanzan los siguientes resultados:

$$EC = (24-15)(9)/2 = 40.5.$$

$$\pi = (15-6)(9) = 81.$$

$$PBS = (15-6)(9)/2 = 40.5.$$

Observemos ahora el comportamiento en el segundo mercado. Tenga en cuenta que en este mercado el precio máximo de reserva de los consumidores es de 12:



$$EC = (12-9)(6)/2 = 9.$$

$$\pi = (9-6)(6) = 18.$$

$$PBS = (9-6)(6)/2 = 9.$$

Ahora considerando los dos mercados, los resultados serán: $EC = 49.5$; $\pi = 99$; $PBS = 49.5$.

En el siguiente cuadro se puede observar de manera comparativa la situación de la empresa, cuando discrimina precios y cuando fija un precio único.

	Monopolio	
	de Precio Único	Discriminador de Precios
Excedente del Consumidor	85.5	49.5
Beneficio	60	99
Pérdida Bienestar Social	37.5	49.5

Se puede concluir, desde el punto de vista del monopolista, que si se puede discriminar precios entonces los beneficios son mayores. El incremento de los beneficios provoca la disminución del excedente del consumidor y el incremento de la PBS.

Desde el punto de vista de la sociedad para este mercado, es claro que es mejor el monopolio de precio único que permitir la discriminación de precios.

Finalmente, antes que la discriminación de precios o el monopolio de precio único, es mejor el modelo competitivo donde la PBS es cero. En consecuencia el Gobierno debería considerar la prohibición de la discriminación de precios.

Ahora supongamos que el Gobierno no interviene en el mercado y que el costo de transacción entre los mercados es de 3.

Bajo esta nueva circunstancia, parece conveniente comprar en el mercado donde el precio es más bajo y vender en el mercado donde

el precio es más alto, siempre que la diferencia de precios cubra el costo de transacción entre mercados.

Así, si compramos al precio 9 en el mercado 2 y vendemos al precio 15 en el mercado 1 incurriendo en un costo de 3 por realizar esta transacción, tendríamos un beneficio de $15 - 9 - 3 = 3$.

Para el consumidor del mercado 1 le es indiferente comprar al monopolista al precio 15 o a un revendedor del mercado 2 al mismo precio. Pero para el monopolista esta diferencia sí existe. El monopolista podría evitar esto ofreciendo un precio de 14 al consumidor del mercado 1. En este caso el consumidor preferiría comprar al monopolista.

Pero si esta fuera la conducta del monopolista, el revendedor del mercado 2 estaría dispuesto a vender al consumidor del mercado uno al precio 13. Ahora el consumidor del mercado 1 preferiría al revendedor en vez del monopolista.

Si ahora el monopolista vende al precio 12, que es igual al precio en el mercado 2 más los costos de transacción para los revendedores, los revendedores no tendrían ningún estímulo para su actividad. En consecuencia la discriminación de precios no generaría todos los beneficios que espera el monopolista.

En esta situación $P_1 = 12$, $Q_1 = 12$, $P_2 = 9$, $Q_2 = 6$.

Observe que esta situación se produce porque el costo de transacción es menor a la diferencia de precios entre los mercados. Si el monopolista lleva esta discriminación al nivel donde la diferencia de precios es igual al costo de transacción, desaparece la reventa. Más aún, si los costos de transacción fueran cero, la diferencia de precios entre los mercados desaparecería y desaparecería la discriminación de precios.

Podríamos encontrar estos mismos resultados de esta otra manera. Como $P_1 - P_2 > 3$ entonces se estimula la presencia de revendedores que provienen del mercado 2.

Podemos restringir la formación de precios de tal manera que $P_1 - P_2 = 3$ ó que

$P_1 = P_2 + 3$. La función inversa de demanda del mercado 2 es:

$P_2 = 12 - Q_2/2 \rightarrow IMg_2 = 12 - Q_2$. Pero $IMg_2 = CMg \rightarrow 12 - Q_2 = 6 \rightarrow Q_2 = 6 \rightarrow$

$P_2 = 12 - 6/2 = 9 \rightarrow P_1 = 9 + 3 \rightarrow P_1 = 12 \rightarrow Q_1 = 24 - 12 \rightarrow Q_1 = 12$.

En consecuencia si en el mercado existe la posibilidad de reventa porque el costo de transacción es menor a la diferencia de precios entre los mercados, el monopolista se ve obligado a reducir el

precio en el mercado donde el precio es más alto hasta que la diferencia de precios sea igual al costo de transacción.

En este caso los beneficios del monopolista disminuyen. En el mercado 1 se venden 12 unidades al precio de 12, $IT = 144$, $CT = 12 \cdot 6 = 72 \rightarrow \pi_1 = 72$. En el mercado 2 se venden 6 unidades al precio 9, $IT = 54$, $CT = 6 \cdot 6 = 36 \rightarrow \pi_2 = 18$. En consecuencia el beneficio total es de $\pi = 90$. Pero el beneficio alcanzado discriminando precios y sin reventa es igual a $\pi = 99$.

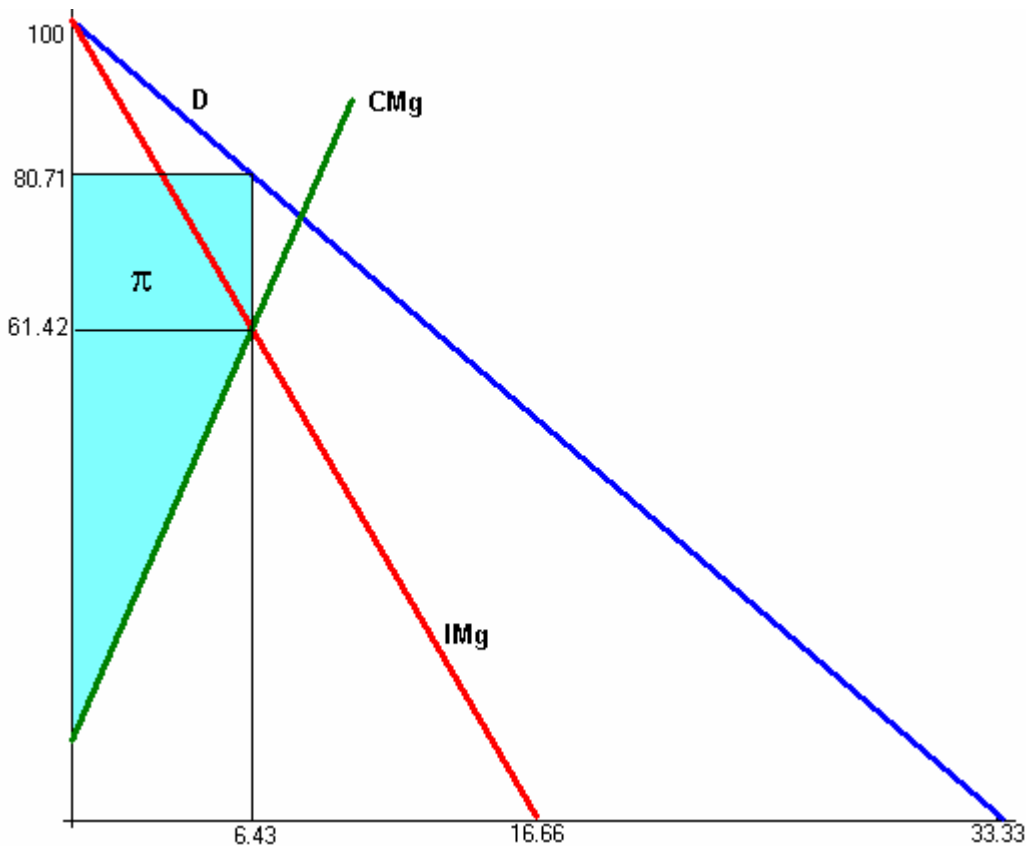
En consecuencia, el pago máximo que estaría dispuesto a realizar el monopolista para que el Gobierno prohíba legalmente a los consumidores la reventa sería de 9.

- 22) Considere ahora un monopolista que publicita su producto. La demanda depende del precio P y de los gastos en publicidad: $P = 100 - 3Q + 4A^{1/2}$. Los costos son $CT = 4Q^2 + 10Q + A$.
- Encuentre el precio y la cantidad que maximiza el beneficio del monopolista si éste no emplea publicidad.
 - Ahora encuentre la solución cuando la empresa puede fijar el precio y la publicidad; encuentre el precio óptimo, la producción y el nivel de publicidad.
 - ¿Ha cuánto asciende el beneficio adicional del monopolista a consecuencia de la publicidad?
 - Evalúe la elasticidad precio de la demanda y la elasticidad publicidad de la demanda en la solución óptima de la parte (b) y verifique que se mantiene la condición Dorfman-Steinner.

Si el monopolista no emplea publicidad entonces $A = 0 \rightarrow P = 100 - 3Q \rightarrow IMg = 100 - 6Q$. El costo marginal es: $CMg = 8Q + 10$.

En consecuencia, el volumen de producción que maximiza el beneficio para el monopolista, cuando no hace publicidad, se encuentra mediante: $100 - 6Q = 8Q + 10 \rightarrow Q^* = 6.43 \rightarrow P^* = 80.71$.

El beneficio que se obtiene es:
 $6.43 \cdot 80.71 - 4(6.43)^2 - 10(6.43) = 518.97 - 229.68 = 289.29$.



En el gráfico de la izquierda, el área del rectángulo celeste es el beneficio del

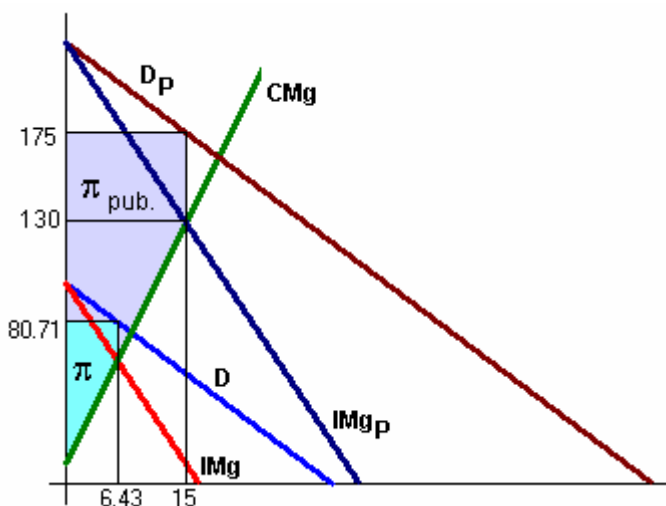
monopolista cuando no hace publicidad.

Observe que en este caso el área arriba del CMg y debajo del precio del monopolista sí representa todo el beneficio. Esto es así porque la función del CT depende del volumen de producción y no se presentan costos fijos. Esta situación cambia cuando se considera el gasto publicitario que actúa como un costo fijo.

¿Qué sucede ahora si $A > 0$?

La función de demanda con publicidad es: $P = 100 - 3Q + 4A^{1/2}$. La función del ingreso total:

$IT = 100Q - 3Q^2 + 4A^{1/2}Q$; la función de CT con publicidad: $CT = 4Q^2 + 10Q + A$



$\pi = 100Q - 3Q^2 + 4A^{1/2}Q - 4Q^2 - 10Q - A$. Aplicando las CPO:

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = 0 \rightarrow 100 - 6Q + 4A^{1/2} - 8Q - 10 = 0$$

$$10 = 0 \quad (I)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial A} = 0 \rightarrow 2Q/A^{1/2} - 1 = 0 \quad (II)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones (I) y (II) se encuentra $Q^* = 15$ y $A^* = 900$.

Reemplazando estos valores en

la ecuación de demanda, se obtiene $P^* = 175$.

El gráfico de la izquierda combina la situación de la empresa cuando hace publicidad y cuando no la hace.

Con publicidad el beneficio asciende a: $\pi = (100 - 3Q + 4A^{1/2}) * Q - 4Q^2 - 10Q - A \rightarrow$

$\pi = 675$. Este es un beneficio mucho mayor que el que alcanzaba la empresa sin hacer publicidad. Sin embargo el área del beneficio con publicidad del gráfico no considera el gasto en publicidad. Este beneficio variable asciende a 1575 que descontado el gasto publicitario nos da el mismo resultado de antes, 675.

Observe que la demanda con publicidad tiene la misma pendiente que la demanda sin publicidad pero está mucho más a la derecha que esta. Una lectura sencilla del impacto de la publicidad es que ahora los consumidores están dispuestos a un precio de reserva mucho mayor que antes por las mismas cantidades del producto. Al expandirse la demanda por el efecto de la publicidad se expande la producción que maximiza el beneficio y el precio al que se vende.

Observe también que la función de CMg con publicidad y sin publicidad es la misma. Esto porque el gasto publicitario es independiente del volumen de la producción.

$A = 900$ es el monto óptimo de gasto publicitario que maximiza los beneficios del monopolista.

Veamos si se cumple la condición Dorfman-Steinner. Esta condición establece que el gasto publicitario es eficiente (en el sentido de maximizar el beneficio), cuando su peso sobre los ingresos por ventas de la

empresa es igual a $-\frac{\varepsilon_A}{\varepsilon}$, donde ε_A es la elasticidad del gasto publicitario.

La elasticidad del gasto publicitario se define como la variación porcentual en la cantidad demandada resultante de la variación

porcentual en el gasto publicitario $\varepsilon_A = \frac{\Delta\%Q}{\Delta\%A}$. En términos de una variable

continua: $\varepsilon_A = \frac{\partial Q}{\partial A} \frac{A}{Q}$.

Para nuestro caso, $\frac{\partial Q}{\partial A} = \frac{2}{3A^{1/2}} \rightarrow \varepsilon_A = \frac{2}{3(900)^{1/2}} \frac{900}{15} = 1.33$. La elasticidad

precio de demanda es: $\varepsilon = \frac{\partial Q}{\partial P} \frac{P}{Q} \rightarrow \frac{\partial Q}{\partial P} = -\frac{1}{3} \rightarrow \varepsilon = -\frac{1}{3} \frac{175}{15} = -3.88$. En

consecuencia, aplicando la condición Dorfman-Steinner, el monopolista está maximizando beneficios cuando invierte A en gasto publicitario si se cumple que:

$$\frac{A}{PQ} = -\frac{\varepsilon_A}{\varepsilon} \rightarrow \frac{900}{175 * 15} = -\frac{1.33}{3.88} \rightarrow 0.3429 = 0.3428.$$

En consecuencia sí se cumple la condición Dorfman-Steinner. Cuando el monopolista gasta un 34.39% de sus ventas en publicidad, entonces el beneficio alcanzado es el máximo posible.

Consumidor	Precio de Reserva	
	De 1	De 2
A	10	70
B	40	40
C	70	10

23) Usted vende dos bienes, 1 y 2, a un Mercado formado por tres consumidores cuyos precios de reserva son los que se aprecian en el cuadro de la izquierda. El costo unitario de cada producto es de 20 dólares.

- a) Calcule los precios y los beneficios óptimos en el caso que (I) los bienes se venden por separado, (II) se vendan sólo en paquete, y (III) se vendan por separado o en paquete.
- b) ¿Qué estrategia es más rentable? ¿Por qué?

Como el CMe es de 20 dólares para el bien 1 como para el bien 2, el monopolista bajo la estrategia de venta por separado estará interesado en vender siempre y cuando cubra sus costos y obtenga el máximo beneficio. Tenga en cuenta que la venta por separado, en paquete, o la estrategia mixta (por separado o por paquete), se aplican cuando el monopolista no puede discriminar precios. Entonces, en la venta por separado el monopolista actúa como un monopolista de precio único. Sólo tiene tres opciones de precio, 10, 40 ó 70. Al precio más bajo no se cubren los costos. Al precio 40 el beneficio medio es 20 y las ventas serían 4 unidades (2 del bien 1 y dos del bien 2. Las ventas corresponden a los consumidores dispuestos a pagar 40 o 70). Entonces el beneficio total es $20 * 4 = 80$. Si el monopolista escoge el precio máximo de reserva, tendría una demanda de 1 unidad por cada bien, el beneficio medio será $70 - 20 = 50$ y el beneficio total $50 * 2 = 100$.

En consecuencia, en la estrategia de venta por separado, el precio sería $P_1 = P_2 = 70$, $Q_1 = Q_2 = 1$ y $\pi = 100$.

Si la estrategia de precios fuera la venta conjunta pura o venta en paquete, observamos que los consumidores tienen un solo precio de reserva para el paquete: 80. En consecuencia, el monopolista vendería tres paquetes y obtendría un beneficio medio por paquete de $80 - 40 = 40$. (Tenga en cuenta que como el paquete está integrado por una unidad de cada bien, el costo medio por paquete será $20 + 20 = 40$).

En consecuencia, en la estrategia de venta conjunta pura, el precio del paquete es $P_P = 80$, $Q_P = 3$ y $\pi = 120$.

Si la estrategia de precios fuera la venta conjunta o por separado, se buscaría un precio atractivo para aquellos que tienen un alto precio de reserva por un bien y, simultáneamente, un bajo precio de reserva por el otro. Por ejemplo, el consumidor A o C muestran precios de reserva que se correlacionan negativamente. A está dispuesto a pagar un precio muy bajo por el bien 1 pero uno muy alto por el bien 2. C está dispuesto a pagar un precio muy alto por el bien 1 pero uno muy bajo por el bien 2. Observe que los precios de reserva bajos son inferiores al costo medio.

Si tanto A como C están dispuestos a pagar un precio por paquete de 80, podríamos estimularlos a comprar por separado ofreciendo un precio ligeramente menor al precio máximo de reserva. Por ejemplo vender a los precios $P_1 = P_2 = 69$. En este caso el beneficio medio será 49 y se venderán dos unidades (uno de cada bien) con un beneficio total de 98. De otro lado, el consumidor B aprecia por igual ambos bienes. Está dispuesto a un precio por paquete de 80 y compraría un paquete. Al precio por separado de $P_1 = P_2 = 69$, no compraría nada pues sus precios de reserva por cada bien llegan sólo a 40. En este caso el monopolista fijaría un precio por paquete de $P_p = 80$, con un beneficio medio de 40 y beneficio total de 40. (Se vende un paquete, los costos son $20 + 20$ y el ingreso 80). El beneficio total con esta estrategia será $40 + 98 = 138$.

En consecuencia, en la estrategia de venta conjunta o por separado, el precio del paquete es $P_p = 80$ y los precios por separado: $P_1 = P_2 = 69$, el beneficio total asciende a 138.

Como conclusión, si el monopolista no puede discriminar precios, su mejor opción es la venta por paquete o por separado. Aquí el consumidor tiene la opción de comprar el paquete (caso de b) o comprar por separado (caso de A y C). Este resultado depende de la presencia de una correlación negativa de precios.

Si los consumidores están dispuestos a precios de reserva altos por un bien y bajos por el otro, de manera cruzada, la venta conjunta pura es la mejor opción.

Si los consumidores tienen una correlación de precios negativa, pero un grupo de ellos muestra indiferencia en sus precios de reserva por uno u otro bien y sus precios de reserva están por encima del costo medio, entonces la estrategia de la venta mixta es la más apropiada.

En este caso, los consumidores que no establecen mayores diferencias de precios entre uno y otro bien, prefieren comprar el paquete, mientras que los que diferencian fuertemente sus precios de reserva, preferirán el precio por separado. Por ejemplo, el consumidor A debe optar entre comprar el paquete a 80 ó el bien 1 o el bien 2 a 69 por separado. Si bien está dispuesto a pagar 80 por el paquete, la apreciación que tiene del bien 1 es de 10 y si compra el paquete estaría pagando 40 en promedio por este bien. Al contrario si compra por separado a 69 compra a un precio menor que su propio precio de reserva.

Consumidor	Precio de Reserva	
	De 1	De 2
A	30	90
B	40	60
C	60	40
D	90	30

24) Su empresa produce dos productos, cuyas demandas son independientes. Los dos se producen con un coste marginal nulo. Usted se enfrenta a cuatro consumidores (o grupos de consumidores) que tienen los siguientes precios de reserva:

- a) Considere tres estrategias de precios distintas: (I) la venta de los bienes por separado; (II) la venta conjunta pura; (III) la venta conjunta mixta. Averigüe los precios óptimos que deben cobrarse y los beneficios resultantes en el caso de cada una de las estrategias. ¿Cuál es la mejor?
- b) Suponga ahora que la producción de cada bien tiene un coste marginal de 35 dólares. ¿Cómo cambia su respuesta a la pregunta (a) con este supuesto?

Si el costo marginal es nulo entonces la función de costos del monopolista es del tipo $CT = \beta$, donde este parámetro corresponde a los costos fijos de la empresa. Asumiremos que este valor es nulo. Tomaremos la función ingreso total como la función beneficio para el monopolista. (Si $CF > 0$ entonces el beneficio será $IT - CF$. Cualquier estimación del beneficio no cambiará el orden de preferencias de acuerdo a la magnitud del beneficio total real).

Consumidor	Precio de Reserva		P_p
	De 1	De 2	
A	30	90	120
B	40	60	100
C	60	40	100
D	90	30	120

En el caso de la venta por separado, nos interesa el precio más bajo posible. Este es $P_1 = P_2 = 30$. A este precio se venden 8 unidades (4 del bien 1 y 4 del bien 2). El beneficio alcanzado es $8 \cdot 30 = 240$. El mismo resultado

se alcanza si el precio fuera 40 o 60, porque se venden 6 y 4 unidades que dan un beneficio de 240.

En consecuencia con la estrategia de ventas por separado se venden 4 unidades de 1, 4 unidades de 2, los precios son $P_1 = P_2 = 30$, el beneficio es $\pi = 240$.

En el caso de la venta conjunta pura, el precio por paquete sería el menor (de nuevo porque no se consideran costos) $P_p = 100$ y se venderían 4 paquetes.

En consecuencia con la estrategia de la venta conjunta pura se venden 4 paquetes, el precio es $P_p = 100$ y el beneficio es $\pi = 400$.

En el caso de la venta conjunta mixta los consumidores tienen la opción de comprar el paquete o cada bien por separado. Si por separado se fija un precio ligeramente menor al precio máximo de reserva, $P_1 = P_2 = 89$, se

venderían 2 unidades; al precio por paquete $PP = 100$, se venderían 2 paquetes, los beneficios serían $89 \cdot 2 + 100 \cdot 2 = 378$. En este caso no tiene sentido excluir al consumidor A y D de comprar el bien 1 y 2 respectivamente. Tenga en cuenta que los costos marginales son nulos. Si elevamos el precio del paquete a 120 venderíamos dos paquetes con un beneficio de 240. ¿Cuál sería el precio por separado? El precio máximo de reserva en estas condiciones, nos daría $P_1 = 60 = P_2$, se venderían dos unidades con un beneficio de 120 y el beneficio total sería 360.

En consecuencia la presencia de CMg nulos hace que la venta conjunta pura sea más rentable.

¿Qué pasa si asumimos un costo marginal de 35 por cada bien? En este caso el precio por separado no puede ser de 30. Asumiendo CF nulos, entonces $CMg = 35 = CMe$. Al precio $P_1 = P_2 = 40$, se venderían 6 unidades (3 de 1 y 3 de 2) con un beneficio medio de $40 - 35 = 5$, y un beneficio total de 30.

Pero al precio $P_1 = P_2 = 60$, se venderían 4 unidades con un beneficio medio de 25 y un beneficio total de 100.

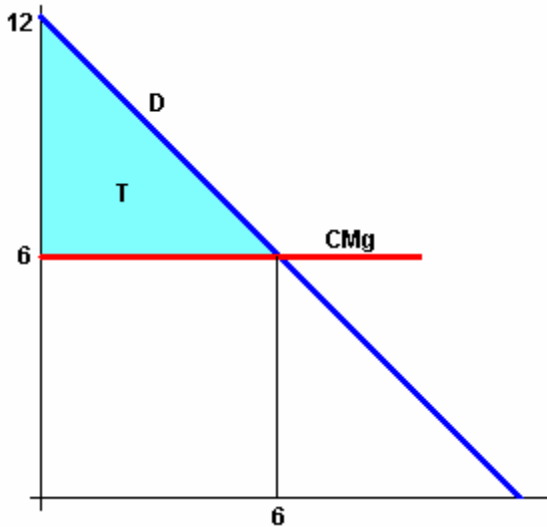
Pero al precio $P_1 = P_2 = 90$, se venderían 2 unidades con un beneficio medio de 55 y un beneficio total de 110. En consecuencia con la estrategia de venta por separado, el precio del bien 1 y del bien 2 serían de 90.

Con la estrategia de venta conjunta pura, se vendería el paquete a 100, se venderían cuatro paquetes con un costo de 70 y un beneficio medio de 30, y se alcanzaría un beneficio total de 120.

Con la estrategia de venta conjunta mixta el precio por separado sería $P_1 = P_2 = 89$, se venderían dos unidades con un beneficio medio de 54 y un beneficio total de 108. El precio por paquete sería de 100 y se venderían dos paquetes con un costo de 70 cada uno y un beneficio medio de 30, y un beneficio total de 60. El beneficio resultante de esta estrategia sería 168.

Una alternativa sería elevar el precio del paquete a 120, se venderían dos paquetes con un costo medio de 70 y un beneficio medio de 50, beneficio total 100. El precio por separado sería 60, se venderían dos unidades con un beneficio medio de 25 y un beneficio total de 50. El resultado aquí sería de un beneficio total de 150.

- 25) Un monopolista enfrenta la siguiente función inversa de demanda: $P = 12 - Q$. Sus costos son $CT = 6Q$. Si se le permite emplear una política de precios para formar una tarifa en dos tramos, ¿cuál deberá ser el precio por unidad establecido y el derecho de ingreso (tarifa), a fin de maximizar el beneficio? Explique la lógica de su respuesta empleando un gráfico.



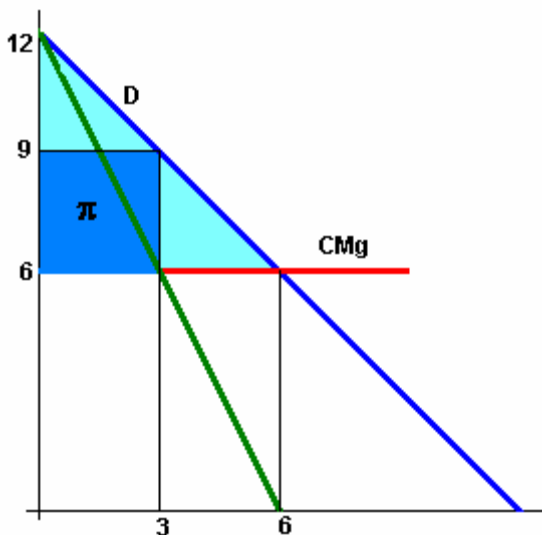
excedente del consumidor.

En el caso de la tarifa de dos tramos, si el monopolista enfrenta un solo tipo de consumidores la tarifa o derecho de ingreso al mercado es el excedente del consumidor. El precio por unidad es igual al costo marginal.

En este caso, el precio por unidad sería 6 y la tarifa: $(12-6)(6)/2 = 18$.

Para este caso como el monopolista no enfrenta costos fijos, $CMg = CMe = 6$. En consecuencia el precio por unidad es apenas suficiente para cubrir los costos medios. El beneficio será íntegramente el

Si la empresa no empleara la tarifa de dos tramos y actuara como un monopolista de precio único, el beneficio que obtendría sería menor.



En el gráfico que sigue se puede apreciar el precio y la producción en este caso. Al gráfico anterior se ha añadido la función de ingreso marginal. La cantidad maximizadora de beneficios es ahora de 3 unidades y el precio de 9. El beneficio es el área del rectángulo de color azul. El beneficio medio es $(9 - 6) = 3$, y el beneficio total: $3 * 3 = 9$.

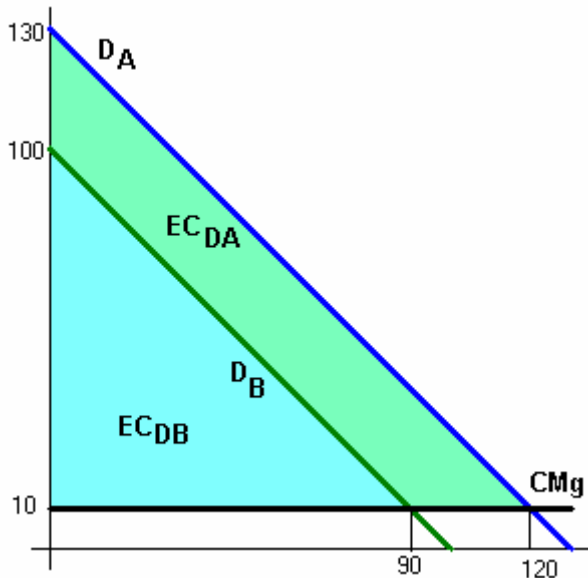
Es obvio que la tarifa de dos tramos genera un beneficio bastante mayor al monopolista. Con esta estrategia de precios se apodera del excedente del consumidor, que en el caso del

monopolista de precio único, es, $(12 - 9)(3)/2 = 4.5$. Pero además se apodera del área debajo de la curva de la demanda y arriba del costo marginal entre los niveles de producción de 3 y 6 unidades. El área de este triángulo es de 4.5.

26) Existen dos tipos de consumidores en el mercado de un cierto bien y una sola empresa que lo produce; sin embargo la empresa debe venderles a todos al mismo precio. Las funciones de demanda son las siguientes: $Q_A = 130 - P$ (demanda alta); $Q_B = 100 - P$ (demanda baja). La empresa enfrenta un costo marginal constante igual a \$10.

- a) Calcule el beneficio para la empresa si fija un precio de dos tramos de la siguiente manera: $P = \$10$ y $T =$ Excedente del Consumidor de demanda baja, como un derecho fijo para acceder a la compra de cualquier cantidad de unidades.

- b) Calcule el beneficio de la empresa si fija un precio de dos tramos de la siguiente manera: $P = \$15$ y $T =$ Excedente del Consumidor de demanda baja, como un derecho fijo para acceder a la compra de cualquier cantidad de unidades.
- c) ¿Cuál de las anteriores estrategias de precios es más rentable?



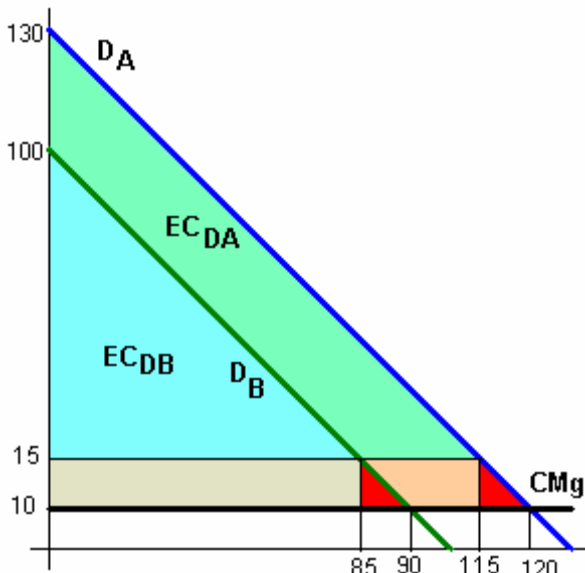
Si el precio es igual al CMg y la tarifa es igual al Excedente del Consumidor de demanda baja, entonces el beneficio será:

$$(100 - 10)(90)/2 + (130 - 10)(120)/2 = 4050 + 7200 = 11250.$$

(Nota: no estamos considerando el CF en la estimación del beneficio; es decir, estamos estimando el beneficio variable)

Si el precio fuera 15, es decir mayor al costo variable medio

(recuerde que si $CMg = 15 \rightarrow CV = 15Q \rightarrow CVMe = 15$) y la tarifa fuera el excedente del consumidor de demanda baja (ver el gráfico que sigue más abajo), el beneficio será:



$$(100 - 15)(85)/2 + (130 - 15)(115)/2 + (15 - 10)(85) + (15 - 10)(115) = 11225.$$

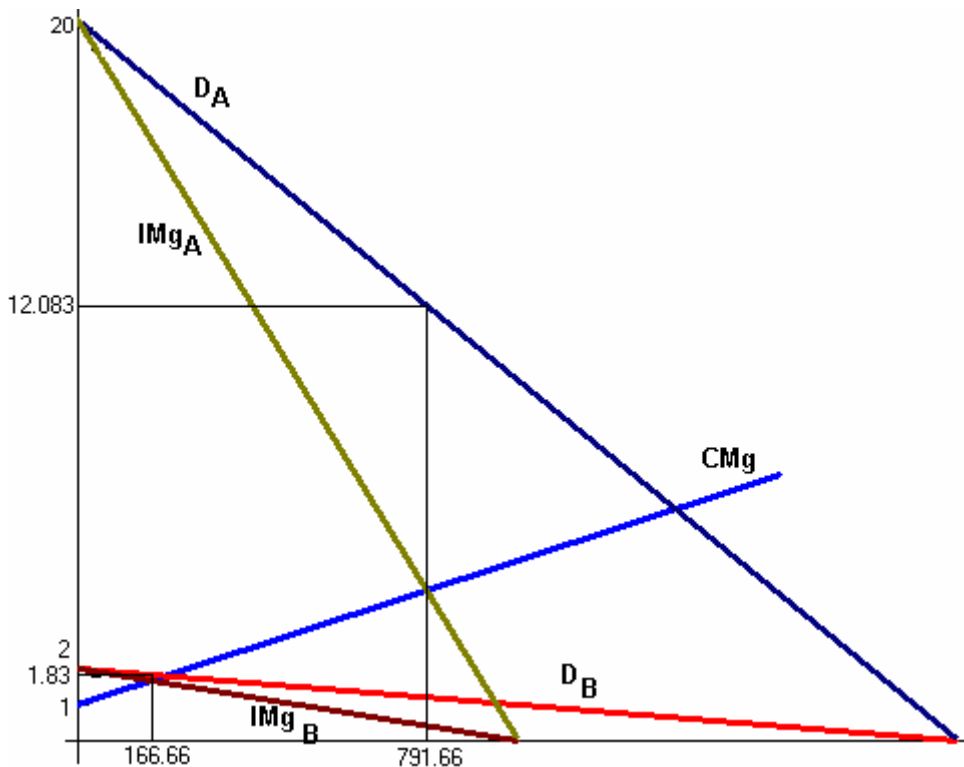
Se puede concluir que la estrategia de precios más rentable es la tarifa en dos tramos con una tarifa igual al excedente del consumidor de demanda baja y un precio igual al costo marginal. De esta manera se obtiene un beneficio de 11250.

Cuando se fija un precio por encima del CMg se pierde parte del excedente del consumidor

para ambos tipos de consumidores. Esta pérdida se recupera en parte por que ahora el precio es mayor al $CMg = CVMe$, pero siempre se pierde el área de los triángulos de color rojo en el gráfico. Esta área es $(15 - 10)(90 - 85)/2 + (15 - 10)(120 - 115)/2 = 12.5 + 12.5 = 25$.

25 es la diferencia de beneficio entre la primera estrategia de precios y la segunda.

- 27) SEDAPAL ha decidido fijar una tarifa de ingreso a sus nuevas instalaciones en la Carretera Central. El Parque de Atracciones y Zoológico recibe las siguientes demandas de parte de la población: $P_B = 2 - 0.001Q_B$ (durante la semana); $P_A = 20 - 0.01Q_A$ (los fines de semana). El CMg que enfrenta SEDAPAL es: $CMg = 1 + 0.004Q$.
- Si SEDAPAL se decidiera por adoptar la estrategia de precios por demanda pico, halle el precio y la cantidad de familias que visitan el Parque de acuerdo a sus respectivas demandas;
 - Explique el impacto del cambio de esquema de precios si originalmente se tenía pensado emplear un precio único. ¿Cómo se ve afectado el excedente del consumidor, el excedente del productor, el beneficio y el bienestar?



La discriminación de precios por demanda pico busca cargar con precios más altos a los consumidores con demanda alta. Sin embargo implica también que para atender a la demanda alta se enfrentan costos marginales crecientes.

En el gráfico de la izquierda se observa que existe una sola curva de CMg y que es creciente a medida que se incrementa la producción.

Para encontrar la solución de equilibrio, se iguala el CMg del monopolista con el IMg en cada uno de los mercados. Obteniendo las funciones de IMg de sus respectivas funciones inversas de demanda, se igual con la función CMg y se obtiene: $P_A = 12.083$; $Q_A = 791.66$; $P_B = 1.83$ $Q_B = 166.66$.

Durante la semana la demanda es baja, acuden sólo 166.66 familias y pagan un precio bajo 1.83; pero el costo marginal de atender a la 166.66 ava familia también es bajo, 1.66.

Los fines de semana la demanda es alta, acuden 791.66 familias y pagan un precio alto 12.083; pero el costo marginal de atender a la 791.66 ava familia también es alto, 4.17.

Si SEDAPAL tenía pensado originalmente emplear un solo precio, es decir si por alguna razón SEDAPAL no puede discriminar precios, entonces debe considerar la demanda como una sola. Tomar el IMg de esa demanda e igualarlo con el CMg. De esta manera estimaría la cantidad de familias que maximizan su beneficio y el precio que debería cobrar para todas estas familias.

Para obtener la demanda del mercado sumamos horizontalmente las demandas alta y baja. Observe que el resultado será una curva de demanda quebrada. Tenga en cuenta que el precio de reserva máximo de las familias de demanda baja es 2, mientras que el precio de reserva máximo de las familias de demanda alta es 20. Entonces en el precio 2 se quiebra la curva de demanda del mercado. Entre el precio 2 y el precio 20 la curva de demanda del mercado es la curva de demanda alta. Del precio 2 hacia abajo la demanda del mercado es la suma horizontal de las demandas alta y baja.

$P = 2 - 0.001Q$ para las familias de demanda baja, $\rightarrow Q = 2000 - 1000P$.

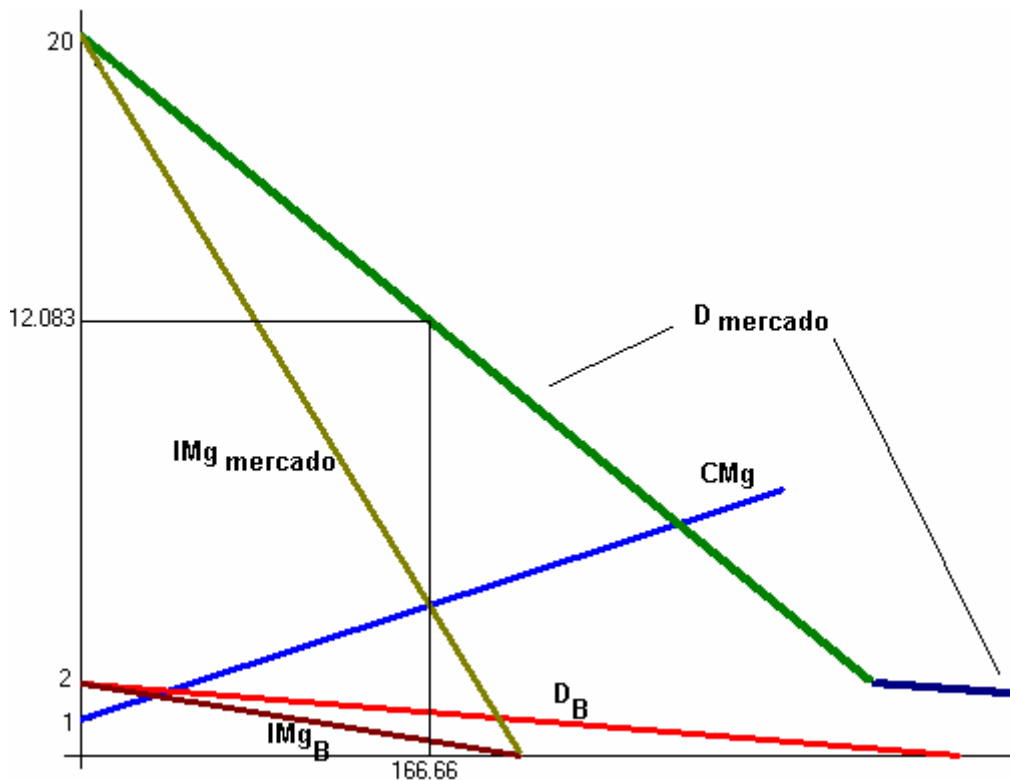
$P = 20 - 0.01Q$ para las familias de demanda alta, $\rightarrow Q = 2000 - 100P$.

La suma horizontal de estas funciones de demanda nos da: $Q = 4000 - 1100P \rightarrow$

$P = 3.6363 - Q/1100 \rightarrow \text{IMg} = 3.6363 - 2Q/1100 \rightarrow 3.6363 - 2Q/1100 = 1 + 0.004Q \rightarrow$

$Q^* = 453.11; P^* = 3.22$.

Sin embargo la combinación $P = 3.22, Q = 453.11$, no forma parte de la función de demanda del mercado precisamente porque ésta es una función quebrada de demanda. En el tramo donde el precio es mayor a 2 y hasta 20 la función de demanda del mercado es la función de demanda alta. Observe el grafico que sigue.



La curva de demanda del mercado se quiebra al precio $P = 2$. A este precio la demanda es igual a $Q = 1800$. Para valores mayores a 1800 la demanda del mercado es la suma de las demandas alta y baja. Para valores menores la demanda del mercado es la demanda alta.

En consecuencia la solución que maximiza el beneficio para SEDAPAL si tiene que fijar un solo precio es $P = 12.083$, $Q = 166.66$ y quedan excluidos del mercados las familias de demanda baja.

En el caso del precio único el excedente del consumidor de las familias de demanda alta permanece inalterable. Sin embargo las familias de demanda baja quedan expulsadas del mercado. Su excedente del consumidor desaparece. La pérdida de bienestar social disminuye marginalmente porque ahora no existe la pérdida de bienestar social de la demanda baja. El beneficio de SEDAPAL también disminuye marginalmente porque pierde el beneficio que obtenía con las familias de demanda baja.

Tenga en cuenta que con la formación de precios por demanda pico, las familias de demanda baja pagan un precio por encima del CMg. En consecuencia aquí el monopolista está obteniendo un beneficio aunque pequeño.

- 28) El productor de Televisión Michael Gómez ha terminado la edición de su serie “Qué tal raza!!” y la reedición de “La rica Vicky”. En base a un estudio de mercado sobre los potenciales compradores de estas series se ha llegado a estimar los siguientes precios de reserva:

	Canal 4	Frecuencia Latina
Qué tal raza!!	100,000	120,000
La rica Vicky	15,000	8,000

- a) Si Michael Gómez decide fijar precios por separado, ¿cuáles serían esos precios si él es un conocido maximizador de beneficio?
- b) Si fuera a vender sus producciones en conjunto, ¿cuál sería el precio?
(Asuma que Michael Gómez no puede discriminar precios y que enfrenta costos marginales nulos).

Se aprecia que los precios de reserva de cada uno de los clientes de Michael Gómez muestran una correlación negativa. Ambos están de acuerdo con pagar precios altos por Qué tal raza!! Y precios bajos por La rica Vicky. Sin embargo el precio de reserva más alto por Qué tal raza!! lo tiene Frecuencia Latina y por La rica Vicky lo tiene Canal 4.

Considerando que los costos marginales son nulos asumiremos el ingreso total como un indicador del beneficio (el ingreso total representa el beneficio variable porque no se tiene información de los costos fijos).

El precio de reserva más bajo por Qué tal raza!! es 100000 y el beneficio alcanzado es de 200000 (compraría Canal 4 y Frecuencia Latina). El precio de reserva más bajo por La rica Vicky es 8000 y el beneficio alcanzado es de 16000 (compraría Canal4 y Frecuencia Latina). *El beneficio total con la estrategia de precios por separado es 216000.*

En el caso de la venta conjunta el precio de reserva por paquete para Canal 4 sería de $100000 + 15000 = 115000$. El precio de reserva por paquete para Frecuencia Latina sería de $120000 + 8000 = 128000$. Si se opta por el precio por paquete más bajo, 115000 se venderían dos paquetes. *El beneficio total con la estrategia de venta conjunta es de 230000.*

Cliente	Crema Humectante	Bloqueador Solar
1	20	5
2	18	12
3	12	18
4	9	21
5	4	24

consumidores:

- 29) Una empresa de cosméticos está introduciendo un nuevo rubro para el cuidado de la piel: Crema Humectante y Bloqueador Solar. La crema humectante tiene un costo de producción de \$3 la unidad y el bloqueador solar un costo de producción de \$7 la unidad. A continuación se presentan los precios de reserva de un grupo de

- Halle los precios que maximizan el beneficio si la empresa vende los productos separadamente.
- Halle el precio que maximiza el beneficio si la empresa vende los productos en conjunto.

En la estrategia de venta por separado cuando el $CMg > 0$ se debe considerar $P > CMg$. Como los precios de reserva por la crema humectante son siempre mayores que su CMg buscaremos un precio que maximice el beneficio variable. Al precio 20 el beneficio por unidad es 17 y el total 17 (a este precio solo compra el cliente 1). Al precio 18 el beneficio por unidad es de 15 y el beneficio total 30 (compra el cliente 1 y 2). Al precio 12 el beneficio por unidad es de 9 y el beneficio total 27 (compra el cliente 1, 2 y 3). Al precio 9 el beneficio total sería 24 y al precio 4 el beneficio total sería 5.

En el caso del bloqueador solar con un CMg de 7 queda excluido el cliente 1. Al precio 24 el beneficio por unidad es 17 y el beneficio total 17. Al precio 21 el beneficio por unidad es 14 y el beneficio total 28. Al precio 18 el beneficio por unidad es 11 y el beneficio total 33. Al precio 12 el beneficio por unidad es 5 y el beneficio total 20.

Con la estrategia de venta por separado los precios que maximizan el beneficio son

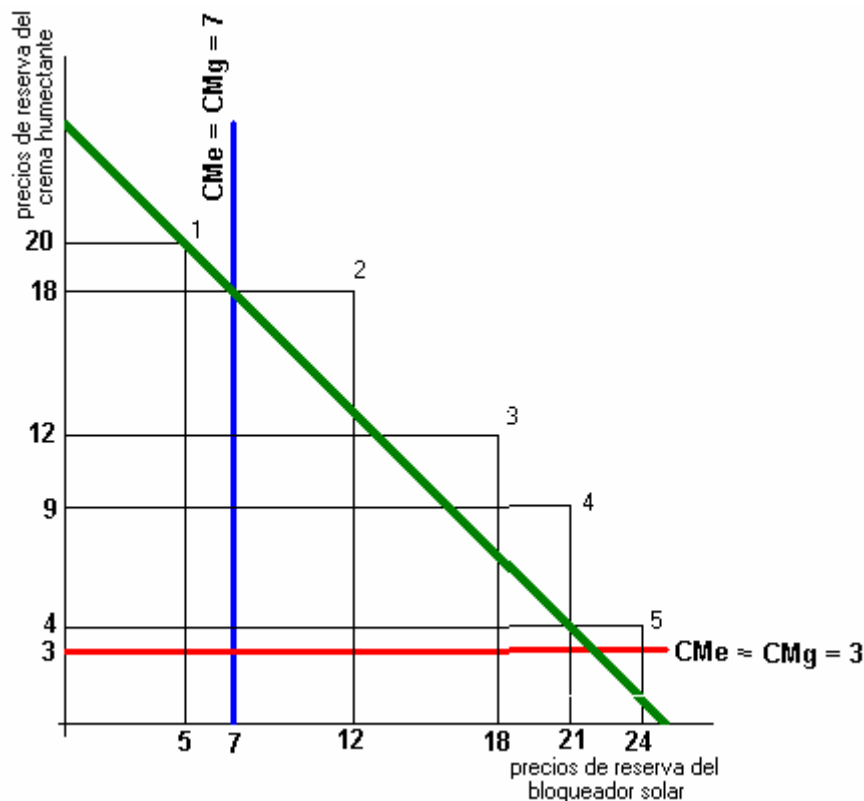
$P_{CH} = 18, P_{BS} = 18$ con un beneficio total de 63.

Cliente	Crema Humectante	Bloqueador Solar	P_p	En el caso de la venta conjunta se tiene en cuenta el precio por paquete (P_p) de cada cliente. Si $P_p = 25$ se venden cinco paquetes con un beneficio de: $5 \cdot 25 - 5 \cdot 3 - 5 \cdot 7 = 75$. Al $P_p = 28$ se venden cuatro paquetes con un beneficio de: $4 \cdot 28 - 4 \cdot 3 - 4 \cdot 7 = 72$. Al $P_p = 30$ se venden tres paquetes con un beneficio de: $3 \cdot 30 - 3 \cdot 3 - 3 \cdot 7 =$
1	20	5	25	
2	18	12	30	
3	12	18	30	
4	9	21	30	
5	4	24	28	

60. En consecuencia el precio por paquete $P_p = 25$ maximiza los beneficios del monopolista, vendiendo 5 unidades de cada producto con un beneficio total de 75 mayor al beneficio de la venta por separado de 63.

¿Es posible una estrategia de precios diferente que permita obtener mayores beneficios?

El gráfico que sigue muestra el comportamiento de los precios de reserva de los cinco clientes.



Observe que sólo el cliente 1 tiene un precio de reserva menor al costo medio del bloqueador solar. Todos los otros precios son siempre mayores al costo medio de producción. La recta de color verde se ha construido sobre la base de $P_p = P_{CH} + P_{BS} = 25 \rightarrow P_{CH} = 25 - P_{BS}$. Sobre esta recta están todas las combinaciones de precios de ambos bienes con un precio por paquete de 25. Observe que todos los clientes tienen precios por paquete iguales (cliente 1) o mayores (clientes 2, 3, 4 y 5) al precio por paquete de 25.

Sin embargo como los clientes 1 y 5 tienen altos precios de reserva por la crema humectante y el bloqueador social, respectivamente, podríamos estimularlos a comprar estos bienes por separado mediante un precio ligeramente inferior a su precio de reserva. De otro lado como los clientes 2, 3 y 4 tienen un precio de reserva por paquete de 30 podríamos permitirles adquirir el paquete a ese precio.

Con una estrategia mixta de formación de precios, donde el cliente puede optar en comprar por paquete o por separado, se puede incrementar el beneficio. La estrategia de venta mixta sería la siguiente: $P_{BS} = 23$; $P_{CH} = 19$; $P_p = 30$. Al precio por paquete de 30 se venden 3 paquetes. El costo por paquete es $3 + 7 = 10$, el beneficio por paquete: $30 - 10 = 20$, el beneficio total es $20 * 3 = 60$. Al precio de 23 se vende un bloqueador social. El costo es 7, el beneficio medio, 16, el beneficio total 16. Al precio 19 se vende una crema humectante. El costo es 3, el beneficio medio 16, el beneficio total 16. El beneficio total por la venta por separado es 32, que sumados a la venta por paquete nos da 92.

El beneficio de la estrategia de venta mixta es de 92. Superior a la estrategia de venta pura que es a su vez superior a la estrategia de venta por separado.

- 30) La empresa Great Fish acaba de desarrollar un nuevo tipo de enlatado de atún que vende en Uruguay y Paraguay. Debido a restricciones en las exportaciones e importaciones, las compras hechas por un mercado no pueden ser revendidas al otro. Las siguientes son las curvas de demanda en ambos mercados: $P_P = 90,000 - 40Q_P$; $P_U = 60,000 - 50Q_U$. La función de producción Great Fish presenta retornos constantes a escala y le cuesta \$1,000,000 producir 100,000 lotes (TM) de Enlatados de Atún.
- ¿Cuál es el CMe y el CMg de Great Fish?
 - ¿Cuánto debe producirse en cada mercado y a qué precios?
 - Estime las elasticidades de demanda y el Índice de Lerner para cada mercado
 - Si se suscribiera un tratado de Libre Comercio entre Paraguay y Uruguay y, en consecuencia, se eliminaran todas las restricciones al comercio, ¿cuál sería el nuevo precio y cantidad de equilibrio?.

El CMe de producción es igual a $CMe = \frac{1000000}{100000} = 10$. Como la función de producción de largo plazo de Great Fish presenta retornos constantes a escala, su función de CT es del tipo $CT = AQ$, donde A es el costo medio constante. Una función de producción de este tipo es, por ejemplo, la función de producción de proporciones fijas o función de Leontief.

En consecuencia $CMe = CMg = 10$.

Para determinar el nivel de producción y precios que maximizan los beneficios de Great Fish hacemos $CMg = IMg_P = IMg_U$.

Como $P_P = 90,000 - 40Q_P \rightarrow IMg_P = 90000 - 80Q_P \rightarrow 90000 - 80Q_P = 10 \rightarrow Q^*_P = 1124.875 \rightarrow P_P = 45005$.

Como $P_U = 60,000 - 50Q_U \rightarrow IMg_U = 60000 - 100Q_U \rightarrow 60000 - 100Q_U = 10 \rightarrow Q^*_U = 599.9 \rightarrow P_U = 30005$.

La elasticidad de demanda en cada mercado es:

$$\varepsilon = \frac{\partial Q}{\partial P} \frac{P}{Q} \Rightarrow \varepsilon_P = \frac{\partial Q}{\partial P} \frac{45005}{1124.875} \rightarrow$$

$$\frac{\partial Q}{\partial P} = -\frac{1}{40} \Rightarrow \varepsilon_P = -\frac{1}{40} \frac{45005}{1124.875} = -1; \quad \varepsilon_U = -\frac{1}{50} \frac{30005}{599.9} = -1 \rightarrow L = -\frac{1}{\varepsilon} \rightarrow$$

$$L_P = -1/1 = -1 = L_U .$$

Se aprecia que el índice de Lerner es el mismo en cada uno de los mercados e igual a 1. Esto implica un alto poder sobre el mercado. Téngase en cuenta que Lerner se define, in extenso como

$L = \frac{P - CMg}{P} = -\frac{1}{\varepsilon}$. En Paraguay el precio es 45005 y el CMg 10 mientras que en Uruguay el precio es 30005 y el CMg 10. En ambos casos la distancia entre el precio y el costo marginal es enorme.

Pero ¿qué sucede si desaparecen las restricciones al comercio entre ambos países?. Un acuerdo de libre comercio permitiría la reventa del enlatado de atún desde el mercado con menor precio al mercado con el precio mayor. Si los costos para realizar la reventa del enlatado de Atún fueran nulos se desataría un proceso de compras y reventas conocido como arbitraje.

Si en un mercado se dan las condiciones para el arbitraje, costos de transacción pequeños o nulos, no es posible mantener la discriminación de precios. El arbitraje conduce a un solo precio que sería el precio más bajo. En este caso el precio luego del arbitraje se fijaría en 30005.

- 31) Recientemente se descubrió una fuente de agua medicinal en el desierto de Ventanilla cerca de la desembocadura del Río Chillón. Los estudios realizados demuestran que la fuente puede producir cualquier cantidad de agua medicinal con un costo marginal cero. Sin embargo son necesarios equipamientos especiales para la extracción del líquido debido a la profundidad de la fuente de agua. Estos equipos tienen un costo de \$7,000. En consecuencia: $CT = 7,000$. La demanda se ha estimado en $Q = 200 - P$ (litros por familia). El problema que se enfrenta es cómo inducir a inversionistas potenciales para que proporcionen los equipos y que reciban un retorno justo sobre su inversión.
- Si ingresara una empresa y actuara como Monopolista, halle la solución de equilibrio. Grafique la solución.
 - El gobierno encuentra que la solución monopolística es ineficiente, que los beneficios son demasiado altos, que el precio es demasiado alto y que las familias no reciben suficiente agua medicinal. En consecuencia ordena a la empresa a actuar como un competidor perfecto. Encuentre la solución de equilibrio. Grafique la solución.
 - El gobierno se encuentra frente a un dilema. Ni el monopolio ni la solución competitiva (por diversas razones) son aceptables. Entonces decide regular el precio de tal manera que la empresa obtenga “un razonable retorno de su inversión”. Encuentre la solución como Monopolio regulado. Grafique la solución.
 - ¿Cuál de los escenarios anteriores puede ser considerado un monopolio natural?

En el caso del monopolio: $Q = 200 - P \rightarrow P = 200 - Q \rightarrow IMg = 200 - 2Q \rightarrow 200 - 2Q = 0 \rightarrow Q^* = 100 \rightarrow P^* = 100$. En el grafico que sigue se muestran las funciones de demanda D e ingreso marginal IMg del monopolista; el CMg aparece confundido con el eje de cantidades ($CMg = 0$). Como la función de costos es $CT = 7000 \rightarrow CMe = 7000/Q$ que es una función

decreciente, es decir a medida que aumenta la producción los costos medios tienden a ser cada vez menores.

A nivel de la solución bajo monopolio el monopolista obtiene un beneficio medio de $100 - 7000/100 = 30$ y un beneficio total de $30 \cdot 100 = 3000$.

Si el precio 100 se estima demasiado alto, el beneficio del monopolista 3000 se estima demasiado alto y la atención a los consumidores 100 demasiado baja, el gobierno puede decidir intervenir en el mercado. Si el gobierno exige que el monopolista fije los precios como si la industria fuera competitiva, entonces, $P = CMg \rightarrow P^* = 0 \rightarrow Q^* = 200$.

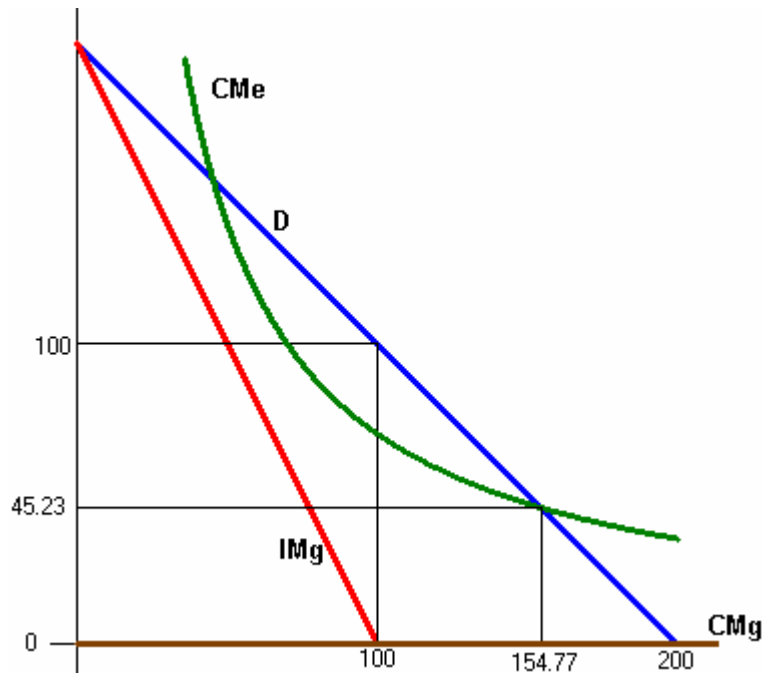
Ahora al nivel de la solución bajo monopolio el monopolista obtiene un beneficio medio de $0 - 7000/200 = -35$ y un beneficio total de $-35 \cdot 200 = -7000$.

Hasta aquí resulta claro que la solución bajo monopolio no satisface al gobierno pero la solución bajo competencia no satisface al monopolio. Tampoco conviene al gobierno alejar la inversión del monopolio pues se asume que el gobierno no está en condición de invertir 7000.

Si el gobierno regula al monopolio estableciendo un precio que implique para el monopolista obtener “un razonable retorno de su inversión”, entonces: $P = CMe \rightarrow 200 - Q = 7000/Q \rightarrow Q^* = 154.77 \rightarrow P^* = 45.23$.

Ahora al nivel de la solución bajo monopolio regulado el monopolista obtiene un beneficio medio de $45.23 - 7000/154.73 = 0$ y un beneficio total de $0 \cdot 154.77 = 0$. Sin embargo el costo de oportunidad de la inversión se encuentra en la curva de costos del monopolista precisamente bajo la forma de un costo. Es decir, al recibir un precio que cubre exactamente el costo de la inversión se cubre también el costo de oportunidad que es el retorno esperado de la inversión. Es por eso que cuando se menciona un beneficio económico cero se sostiene que el inversionista está obteniendo un beneficio normal.

Se considera monopolio natural al tercer escenario, el escenario marcado por la regulación del gobierno. Sin embargo el monopolio natural no se identifica porque sea regulado. Puede o no serlo. El monopolio natural tiene su característica principal en el hecho de operar siempre sobre el tramo decreciente de la curva de costos medios de largo plazo y para niveles de producción que cubren toda la demanda del mercado.



- 32) Un monopolio puede discriminar entre dos grupos de consumidores. Su costo marginal de producción es 2. El grupo de consumidores A tiene una elasticidad constante de demanda de -4 y el grupo B de -2 . ¿Qué precios establecerá el monopolio para estos dos grupos?

Para maximizar el beneficio el monopolista hace que $CMg = 2 = IMg_A = IMg_B$. Pero

$$IMg = P\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right) \Rightarrow IMg_A = P_A\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_A}\right) \Rightarrow IMg_A = P_A\left(1 + \frac{1}{-4}\right). \text{ Pero como } IMg_A = 2 \Rightarrow$$

$$2 = P_A\left(1 + \frac{1}{-4}\right) \Rightarrow P_A = \frac{2}{\left(1 + \frac{1}{-4}\right)} \Rightarrow P_A = 2.66. \text{ Hacemos lo mismo para B:}$$

$$IMg_B = P_B\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_B}\right) \Rightarrow IMg_B = P_B\left(1 + \frac{1}{-2}\right). \text{ Pero como } IMg_B = 2 \Rightarrow$$

$$2 = P_B\left(1 + \frac{1}{-2}\right) \Rightarrow P_B = \frac{2}{\left(1 + \frac{1}{-2}\right)} \Rightarrow P_B = 4.$$

Observe que el monopolista fija un precio mayor, 4 a los consumidores con una elasticidad menor, -2 y un precio menor, 2.66 a los consumidores con una elasticidad mayor, -4 .

- 33) La discriminación de precios requiere tener capacidad para distinguir a los clientes e impedir la reventa. Explique cómo pueden funcionar las siguientes estrategias como sistemas de discriminación de precios, y analice tanto la distinción como la reventa:

- a) Obligar a los pasajeros de las líneas aéreas a pasar al menos el sábado por la noche fuera de casa para poder acceder a una tarifa baja.

- b) **Insistir en entregar el cemento a los compradores y basar los precios en el lugar de residencia de éstos.**
- c) **Vender procesadores de alimentos junto con vales que pueden enviarse al fabricante para obtener un reembolso de 10 dólares.**
- d) **Ofrecer reducciones temporales de los precios del papel higiénico.**
- e) **Cobrar más a los pacientes de ingresos altos que a los de ingresos bajos.**

Si el monopolista no puede discriminar precios le quedan dos alternativas. La primera es fijar un precio único para todas las unidades que logre vender. La segunda es emplear la estrategia de venta conjunta (mixta o pura). En este último caso necesita que los clientes cuenten con precios de reserva que guarden una correlación inversa para los bienes que constituyen el paquete. Es decir que un cliente tenga un alto precio de reserva por el bien 1 y uno bajo por el bien 2.

Pero si el monopolista puede discriminar precios es porque se cumplen las siguientes características: i) Conocimiento más o menos perfecto de los consumidores; ii) Que se fijen precios diferentes para consumidores porque tienen elasticidades diferentes, y iii) Que no sea posible la reventa. En este último caso los costos de la reventa deben ser iguales o mayores a la diferencia de precios entre los bienes.

Las líneas aéreas acostumbran a discriminar precios estableciendo tarifas bajas a pasajeros que no demandan estar en un sitio en un momento determinado. Este es el caso de los turistas. Como están de vacaciones pueden esperar un boleto barato, por ejemplo el fin de semana. Si se quiere viajar a Cuzco desde Lima, el turista podría optar por un boleto barato en Aerocontinente pero sujeto a disponibilidad de espacio. Aerocontinente acostumbra a destinar el 5% de sus asientos a este tipo de pasajeros. Naturalmente esto implica una espera.

Pero los hombres de negocios que tienen que viajar a Cuzco y estar en la ciudad el Lunes temprano, no están dispuestos a esperar y pagan una tarifa más alta accediendo al 95% de los asientos por vuelo. La elasticidad precio de los hombres de negocios es inelástica en el tramo elástico donde opera el monopolista. (Tenga en cuenta que los monopolistas sólo actúan en el tramo elástico de la función inversa de demanda). Al contrario, la elasticidad precio de los turistas es muy elástica en ese tramo elástico de la función inversa de demanda.

Podría ser que un pasaje de turista se quiera vender a un hombre de negocios y acá funcionaría el arbitraje. Pero los boletos son diferentes y suponen justamente la espera. Esto hace imposible la reventa. En consecuencia este tipo de discriminación de precios es funcional.

En el caso de la venta de cemento, el monopolista establece precios altos para el comprador en la distribuidora y precios menores para el

consumidor en la obra. Lo que busca es desincentivar la compra en la distribuidora para obtener un beneficio adicional fijando un precio superior a los costos del transporte.

Para el cliente es práctico que el cemento llegue directamente a la obra pero solo cuando las compras son grandes e implican un costo de transporte. Pero en la medida que exista un mercado más o menos competitivo de distribuidoras de cemento y, en consecuencia el mercado tenga un espacio más local y, de otro lado, las compras de cemento no son grandes, entonces no es posible mantener este sistema. En el caso de las ciudades en crecimiento en el Perú, existe un mercado competitivo de distribuidoras y un mercado más competitivo aún de transportistas en triciclo con costo muy bajos.

En consecuencia la fijación de precios para estimular al cliente a recibir el cemento en obra no elimina la posibilidad del arbitraje. El precio del cemento será el precio en la distribuidora y el cliente asume los costos del transporte a la obra.

La venta de procesadores de alimentos con un vale de reembolso por diez dólares estimula la demanda de los compradores con mayor elasticidad. El comprador con mayor elasticidad generalmente tiene precios de reserva más bajos y está dispuesto a comprar para hacer efectivo el vale de descuento. Tenga en cuenta que para hacer efectivo el reembolso debe enviarse el vale al fabricante y esperar un tiempo para recibirlo. Este trámite no está dispuesto a hacerlo quienes tienen mayores precios de reserva y son menos elásticos.

La reducción temporal de precios del papel higiénico también tiene por objetivo estimular a los consumidores de demanda baja. En los supermercados tipo Metro o Plaza Vea, el cliente de mayor elasticidad está muy atento a las ofertas de precios rebajados. Esto implica la disposición para ir al supermercado para comprar sólo si hay ofertas, o juntar vales de descuento, etc. El cliente que es inelástico considera que el gasto en papel higiénico es pequeño y no se preocupa de si paga un menor o un mayor precio.

Cobrar precios altos a quienes tienen ingresos altos y bajos a quienes tienen ingresos bajos es una práctica muy común de discriminación de precios. La practican los médicos con sus pacientes, los abogados con sus clientes, las universidades privadas con sus estudiantes. La práctica es viable porque el monopolista tiene conocimiento de los ingresos del consumidor o puede reunir esa información sin enfrentar altos costos. Es posible segmentar el mercado en demanda alta, media y baja, etc. Cada segmento del mercado tiene su propia elasticidad precio.

34) Aerocontinente sólo hace una ruta: Lima-Iquitos. La demanda de cada vuelo de esta ruta es $Q = 500 - P$. El coste de cada vuelo es de 30,000 dólares más 100 por pasajero.

- a) ¿Cuál es el precio maximizador de los beneficios que cobrará Aerocontinente? ¿Cuántas personas habrá en cada vuelo? ¿Cuántos beneficios obtendrá Aerocontinente por cada uno?
- b) Aerocontinente se entera de que los costes fijos por vuelo son, en realidad de 41,000 dólares en lugar de 30,000. ¿Permanecerá mucho tiempo en el sector? Ilustre su respuesta utilizando un gráfico de la curva de demanda a la que se enfrenta Aerocontinente y su curva de coste medio cuando los costos fijos son de 30,000 y 41,000 dólares.
- c) ¡Espere! Aerocontinente averigua que vuelan dos tipos diferentes de personas a Iquitos. Las de tipo A son personas de negocios cuya demanda es $Q_A = 260 - 0.4P$. Las de tipo B son estudiantes cuya demanda total es $Q_B = 240 - 0.6P$. Es fácil distinguir a los estudiantes, por lo que Aerocontinente decide cobrarles precios diferentes. Represente gráficamente estas curvas de demanda y su suma horizontal. ¿Qué precio cobra Aerocontinente a los estudiantes? ¿Qué precio cobra a los demás clientes? ¿Cuántos hay de cada tipo en cada vuelo?

Si $Q = 500 - P \rightarrow P = 500 - Q \rightarrow IMg = 500 - 2Q$. El $CVMe = 100 \rightarrow CMg)$
 $100 \rightarrow$

$500 - 2Q = 100 \rightarrow Q^* = 200 \rightarrow P^* = 300$. El beneficio obtenido será: $\pi = P^*Q - CVMe^*Q - CF = 300 \cdot 200 - 100 \cdot 200 - 30000 = 10000$.

Si el costo fijo por vuelo cambia, no cambia la curva del costo marginal y tampoco los resultados estimados antes. Sólo cambia el beneficio. $Q^* = 200, P^* = 300$,

$\pi = P^*Q - CVMe^*Q - CF = 300 \cdot 200 - 100 \cdot 200 - 41000 = -1000$.

La función de costos de Aerocontinente es: $CT = 30000 + 100Q$. En el segundo caso es:

$CT = 41000 + 100Q$. El costo medio será: $CMe = \frac{30000}{Q} + 100$ en el primer

caso y $CMe = \frac{41000}{Q} + 100$ en el segundo caso. En el gráfico que sigue se

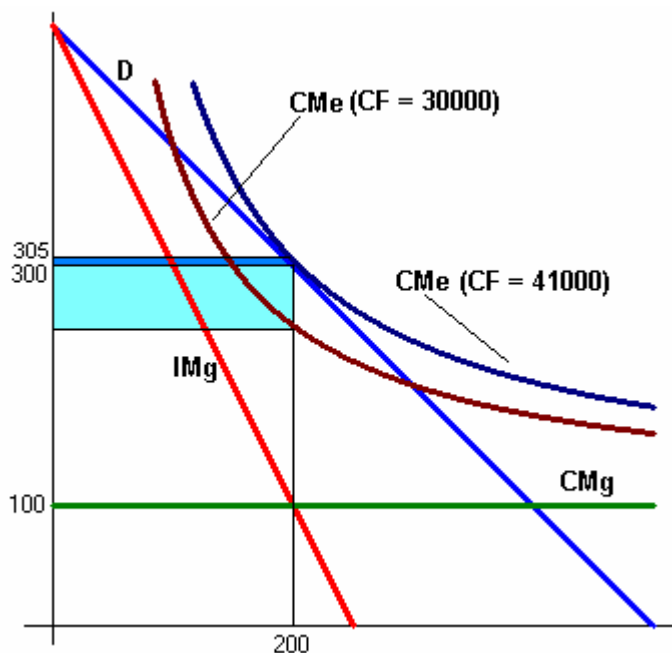
muestra la curva de demanda, de ingreso marginal y de costo marginal. Se puede apreciar la solución de equilibrio bajo monopolio de precio único. Se aprecian también las funciones del costo medio. El área del rectángulo celeste es el beneficio que se obtiene con la función de CMe correspondiente al costo fijo de 30000. El costo medio cuando se venden

200 boletos por viaje es: $CMe = \frac{30000}{200} + 100 = 250$. Si el CF fuera 41000, el

CMe para la misma cantidad de boletos, 200 por viaje, es:

$CMe = \frac{41000}{200} + 100 = 305$. En este último caso la cantidad de boletos que

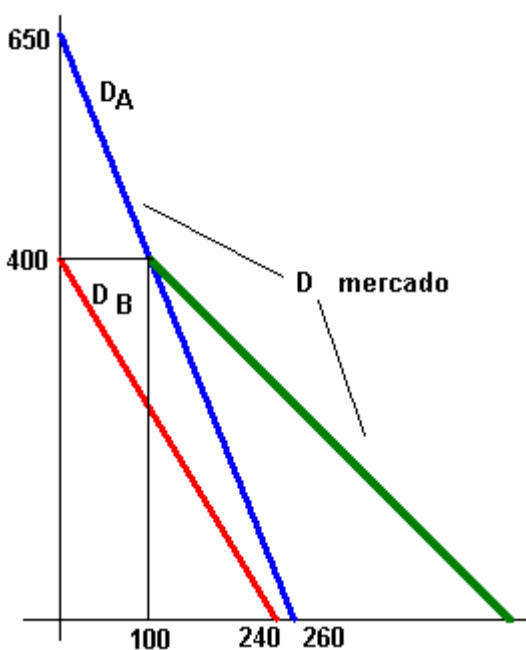
maximiza el beneficio no cambia ni cambia el precio, pero ahora el CMe está por encima del precio y provoca una pérdida que se puede apreciar por el área del rectángulo azul.



Si ahora Aerocontinente descubre que existen segmentos diferentes en su mercado, podría practicar la discriminación de precios de tercer grado. La función de demanda de las personas de negocios es $Q_A = 260 - 0.4P \rightarrow P = 650 - 2.5Q_A \rightarrow IMg_A = 650 - 5Q_A \rightarrow 650 - 5Q_A = 100 \rightarrow Q^*_A = 110$ y $P^*_A = 375$.

La función de demanda de los estudiantes es $Q_B = 240 - 0.6P \rightarrow P = 400 - \frac{5}{3}Q_B \rightarrow$

$$IMg_B = 400 - \frac{10}{3}Q_B \rightarrow 400 - \frac{10}{3}Q_B = 100 \rightarrow Q^*_B = 90 \text{ y } P^*_B = 250.$$

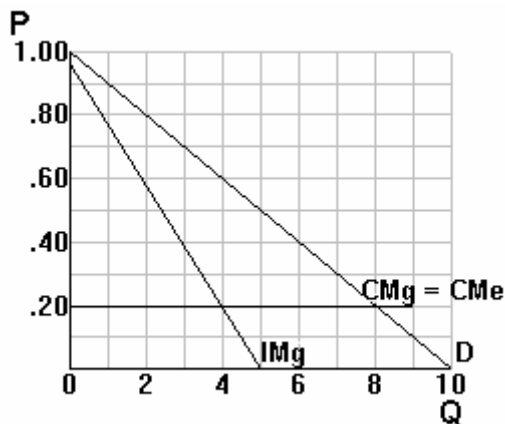


Se puede apreciar que, dadas las funciones inversas de demanda de cada segmento, el precio máximo de reserva para las personas de negocios es de 650 mientras que es de 400 para los estudiantes. Esto significa que para precios mayores a 400 solo demanda los hombres de negocios. Al precio 400 se produce el quiebre de la curva de demanda del mercado. De 400 para arriba la demanda del mercado es la demanda de las personas de negocios, de 400 para abajo la demanda del mercado es la demanda de los hombres de negocios más la demanda de los estudiantes. En este tramo la curva de demanda se hace más elástica.

35) Suponga que un fabricante de galletas

enfrenta la situación que se presenta en el gráfico de la siguiente página, correspondiente a cada uno de sus clientes.

- Si la empresa puede fijar sólo un precio por sus galletas, ¿qué precio maximizará el beneficio de la empresa? ¿a cuánto ascenderán sus beneficios?
- Ahora suponga que la empresa puede discriminar perfectamente fijando un precio diferente para cada galleta adicional. ¿Cuántas galletas debe vender la empresa? ¿Cuánto cobrará por cada una de las galletas?
- ¿Cómo podría obtener la empresa los mismos beneficios que



obtuvo en la pregunta anterior, si ahora decide emplear una tarifa de dos tramos en vez de un precio diferente por cada una de las galletas que vende? En otras palabras, ¿cuánto debería cobrar como un derecho fijo por comprar sus galletas? ¿Cuál debería ser el precio de cada galleta?

- Suponga que la empresa puede fijar un precio de 60 centavos por las primeras 4 galletas y un precio menor por las siguientes. ¿Podrá la empresa incrementar sus beneficios?
- Si Ud. piensa, en relación a la pregunta anterior, que sí se puede incrementar el beneficio, entonces fije un segundo precio para las galletas y estime el incremento del beneficio.

La información del gráfico nos ayuda para obtener la solución bajo monopolio de precio único. Siguiendo las líneas de la cuadrícula se puede apreciar que el $IMg = CMg$ al nivel de una producción de 4 unidades y un precio de 0.60. (Siga con una regla las líneas de la cuadrícula para asegurarse del resultado).

Si la empresa puede emplear la discriminación perfecta entonces venderá la primera unidad a 0.9, la segunda a 0.8, la tercera a 0.7, la cuarta a 0.6, la quinta a 0.5, la sexta a 0.4, la séptima a 0.3 y la octava a 0.2. Aquí se detiene porque el monopolista no va más allá del nivel de producción donde $P = CMg$.

Como en este caso $CMg = CMe$ entonces el beneficio del monopolista discriminador perfecto será: $\pi = 0.8 - 0.2 + 0.7 - 0.2 + 0.6 - 0.2 + 0.5 - 0.2 + 0.4 - 0.2 + 0.3 - 0.2 + 0.2 - 0.2 = 2.1$.

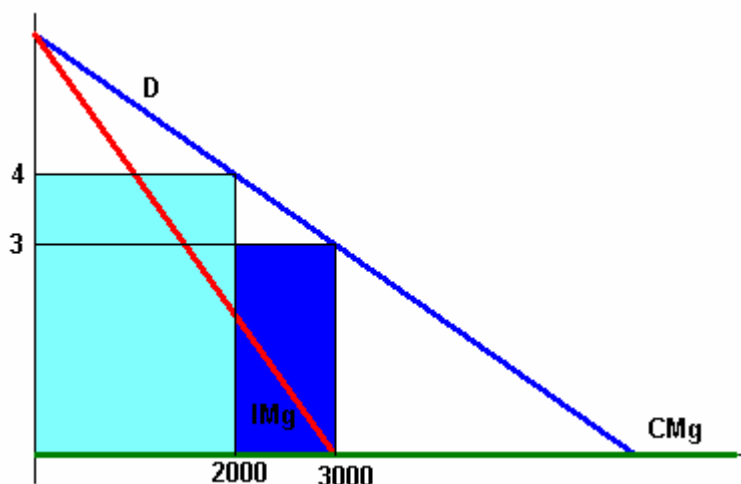
En el caso que el monopolista no pudiera realizar la discriminación de precios puede fijar una tarifa en dos tramos para obtener el mismo beneficio. Si vende cada galleta a su CMg y como $CMg = CMe$, entonces

cubrirá todos sus costos y venderá 8 unidades. Ahora el monopolista buscará quedarse con todo el excedente del consumidor. El excedente del consumidor es el área del rectángulo arriba del precio 0.2 y debajo del precio de reserva del consumidor. Este excedente disminuye de unidad en unidad y es igual a $0.8 - 0.2 + 0.7 - 0.2 + 0.6 - 0.2 + 0.5 - 0.2 + 0.4 - 0.2 + 0.3 - 0.2 + 0.2 - 0.2 = 2.1$. Si cada uno de los consumidores compra una unidad entonces la tarifa sería igual a $2.1/8 = 0.2625$. Así cada cliente pagaría una tarifa fija de 0.2625 y el precio de 0.2 por cada unidad que consume. Como se consumen 8 unidades los ingresos por la venta serán $8 \cdot 0.2 = 1.6$. A esta cantidad le sumamos los ingresos por la tarifa fija que son iguales a $0.2625 \cdot 8 = 2.1$. Con los 1.6 por las ventas se cubren los costos y el beneficio resultante es 2.1.

Alternativamente, la empresa puede practicar la discriminación de precios de segundo grado. Esto es, vender por volumen. Se sabe que en este caso ha fijado un precio de 0.6 por las primeras cuatro unidades. El beneficio medio es $0.6 - 0.2 = 0.4$ y el beneficio total por este lote es $0.4 \cdot 4 = 1.6$. Ahora si vende las siguientes unidades en 0.5, 0.4, 0.3 y 0.2, respectivamente, obtendrá beneficios de: $0.3 + 0.2 + 0.1 + 0 = 0.6$ que sumados a los primeros 1.6 nos dan 2.2 que es el beneficio máximo que se puede lograr en este caso. (El lector puede comprobar esto probando, por ejemplo, el beneficio que se obtiene si se venden las siguientes dos unidades al precio 0.4 y las dos últimas a su respectivo precio de reserva. En cualquier caso el beneficio será inferior a 2.1).

36. El Museo Antropológico de Pueblo Libre normalmente cobra 4 dólares por admisión. Suponga que el número de estudiantes universitarios que visitan este Museo está determinado por la siguiente ecuación: $Q = 6000 - 1000P$ y además, suponga que el costo marginal de un estudiante adicional es cero.

- Grafique la curva de demanda al Museo y señale la solución de equilibrio al precio regular de admisión de 4 dólares.
- ¿Por qué es razonable asumir que el $CMg = 0$?
- Considere las siguientes opciones alternativas para que los estudiantes ingresen al Museo: i) Pagar el precio normal de 4 dólares; ii) Que su Universidad pague 9,000 al Museo y los



estudiantes tengan libre acceso al mismo. Explique, intuitivamente, cómo es posible que la segunda opción provoque que tanto los estudiantes como el Museo

se encuentren mejor que con la primera opción.

El museo no está cobrando el precio que maximiza su beneficio.

Como la función de demanda es:

$$Q = 6000 - 1000P \rightarrow$$

$$P = 6 - Q/1000 \rightarrow$$

$$IMg = 6 - Q/500 \rightarrow$$

$$6 - Q/500 = 0 \rightarrow Q^* = 3000 \rightarrow P^* = 3.$$

Observe que con CMg nulo el único costo del Museo es el CF que desconocemos. Podemos estimar el ingreso total como indicador de beneficio. Al precio 4, el IT es 8000 (observe el grafico). Pero al precio que maximiza el beneficio, al precio 3 el IT se eleva a 9000.

En consecuencia el Museo debería bajar su precio en un 33% para llevarlo a 3.

La función de producción del Museo implica una gran inversión para obtener los objetos de exposición, para su mantenimiento y para la infraestructura de exposición. Todos estos constituyen costos fijos. Cuando los estudiantes acuden al Museo no afectan mayormente estas inversiones. Ver una obra protegido por un escaparate no afecta a esta obra. En consecuencia es correcto asumir costos marginales nulos. Sin embargo esto es valido hasta el límite de la capacidad de atención del Museo. Si esta capacidad fuera, por ejemplo, de 6000 personas a la vez y están visitando el Museo 3000 personas, que entre una persona más no afecta los costos.

Al precio de 4 el excedente del consumidor es: $(6 - 4) \cdot (2000) / 2 = 2000$. Si la Universidad asumiera el pago de 9000 y el Museo permite el libre acceso de los estudiantes, el Museo obtendría el máximo ingreso posible dada la demanda y los estudiantes pueden asistir al Museo al precio cero.

Se presume que en esta situación la cantidad de estudiantes que visitan el museo puede aumentar. Mientras el número no supere el límite de capacidad, por ejemplo 6000, los costos del Museo no se modificarán.

Al precio cero y asumiendo que asisten 3000 estudiantes al Museo (la cantidad que maximiza el beneficio del Museo), el excedente del consumidor sería el excedente del consumidor al precio 3, $(6 - 3) \cdot (3000) / 2 = 4500$ más el área equivalente al ingreso total del museo: $3 \cdot 3000 = 9000$ \rightarrow el excedente del consumidor total sería 13500. Esta cifra aumentaría a medida que aumenta el número de asistentes al Museo.

37. Laboratorios Pfizer vendió 23.8 millones de cajas de 100 unidades de Antalgin AntiGrip, un medicamento patentado, al precio de 12 dólares la caja. En otro momento Pfizer pudo vender 28.2 millones de cajas pero al precio de 10 dólares la caja. Pfizer tiene un costo variable

medio de producción constante e igual a 1.28 dólares por caja.
Encuentre el precio y la cantidad que maximizan el beneficio.

Si conocemos dos puntos de la curva de demanda de Pfizer y asumimos que se trata de una función lineal, entonces podemos determinar la ecuación de la demanda: $P = A - bQ$.

$12 = A - 23.8b$; $10 = A - 28.2b$. Resolviendo este sistema de ecuaciones se encuentra que $A = 22.8181$ y $b = 0.4545$. Entonces la función de demanda de Pfizer es

$P = 22.8181 - 0.4545Q \rightarrow IMg = 22.88181 - 0.909Q \rightarrow 22.88181 - 0.909Q = 1.28 \rightarrow$

$Q^* = 23.76$ y $P^* = 12.08$.

38. Plásticos Hartinger piensa volver a vender para la Navidad su juguete de cubos plásticos para armar distintas figuras. Este juguete tuvo un éxito enorme la pasada Navidad. En base a su experiencia, Hartinger estima que la elasticidad precio de demanda de su producto es -1.84 en las tiendas de venta minorista, -2.25 en los distribuidores que atienden pedidos por el servicio de correo y de -2.71 para los distribuidores mayoristas. El costo variable medio de producción es constante e igual a 2.92 dólares. Encuentre el precio o los precios que maximicen el beneficio para Hartinger.

Sabemos que $IMg = P(1 + \frac{1}{\varepsilon})$ y en equilibrio $IMg = CMg \Rightarrow CMg = P(1 + \frac{1}{\varepsilon}) \Rightarrow$

$P = \frac{CMg}{(1 + \frac{1}{\varepsilon})} \Rightarrow$ el precio en las tiendas minoristas $\Rightarrow P = \frac{2.92}{(1 + \frac{1}{-1.84})} \Rightarrow P = 6.396$

\Rightarrow el precio en los distribuidores $\Rightarrow P = \frac{2.92}{(1 + \frac{1}{-2.25})} \Rightarrow P = 5.256$

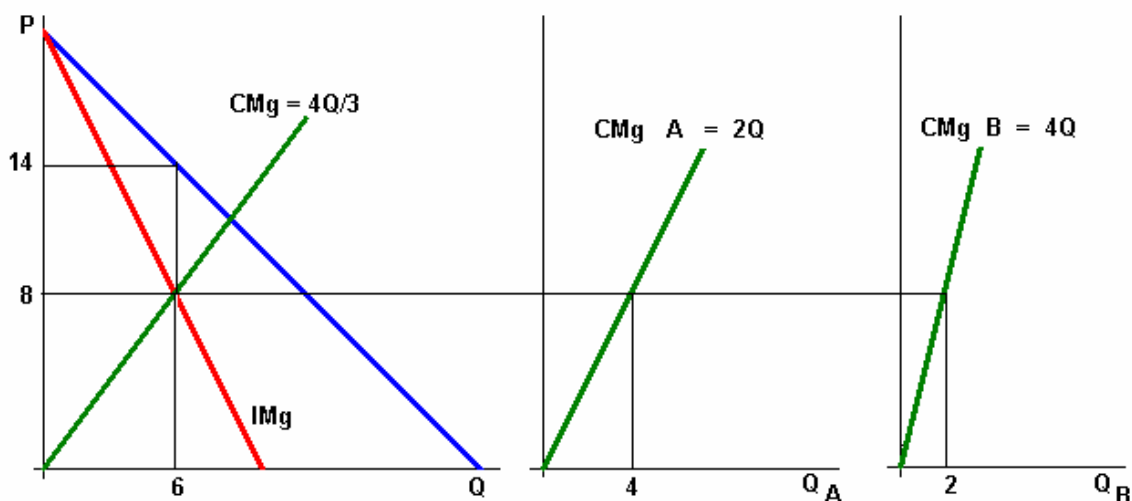
\Rightarrow el precio en los distribuidores mayoristas $\Rightarrow P = \frac{2.92}{(1 + \frac{1}{-2.71})} \Rightarrow P = 4.267$

39. Un monopolista enfrenta la curva de demanda $P = 20 - Q$ y opera con dos plantas, A y B con los siguientes costos: $CMg_A = 2Q_A$; $CMg_B = 4Q_B$. Determine el nivel de producción en cada planta. ¿Cuál es el precio que el monopolista debe cargar a su producto?

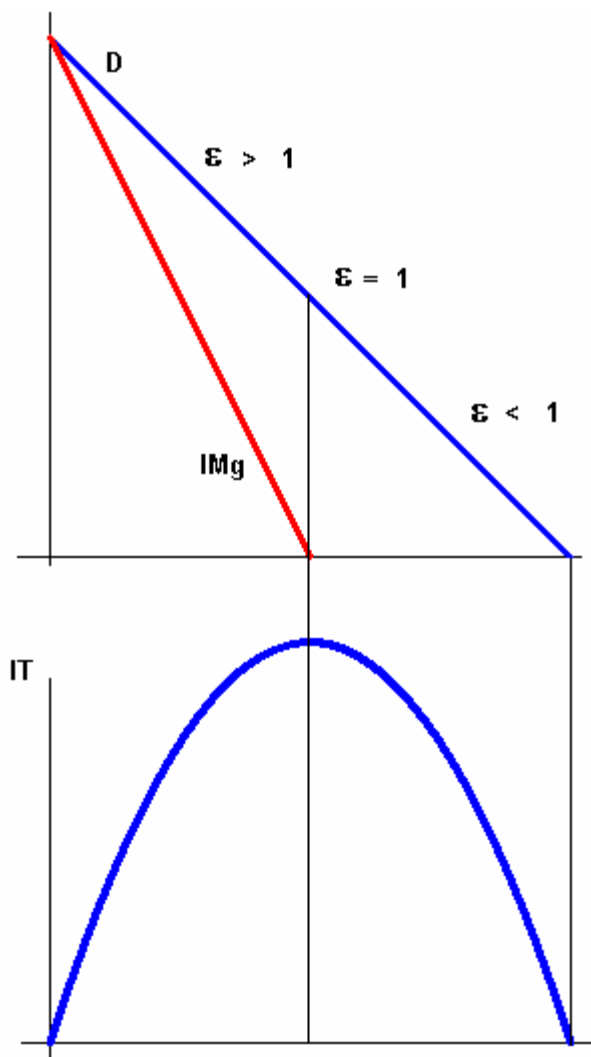
En el caso del monopolio multiplanta la empresa trabaja con tantas funciones de costo marginal como plantas tenga, y una sola función de demanda. La función de demanda le proporciona la función de ingreso marginal. Primero determina el nivel de producción y precio al que maximiza el beneficio y luego debe distribuir la producción entre sus plantas de acuerdo con el principio $IMg = CMg$.

Metodológicamente el problema se soluciona de manera simétrica al problema de discriminación de precios de tercer grado. Aquí el monopolista enfrenta dos mercados, entonces dos funciones de ingreso marginal y tiene una sola planta, una sola función de costo marginal. Estima el ingreso marginal del monopolio, lo iguala con el costo marginal y determina el nivel de producción que maximiza el beneficio. Luego forma precios en cada mercado de acuerdo con el principio $IMg = CMg$.

Estimamos primero el costo marginal del monopolio: $CMg_A = 2Q_A \rightarrow Q_A = CMg/2$. $CMg_B = 4Q_B \rightarrow Q_B = CMg/4$. Sumando horizontalmente las funciones de costo marginal: $Q = Q_A + Q_B \rightarrow Q = 3CMg/4 \rightarrow CMg = 4Q/3$. Como $P = 20 - Q \rightarrow IMg = 20 - 2Q \rightarrow 20 - 2Q = 4Q/3 \rightarrow Q^* = 6 \rightarrow P^* = 14$. El monopolista debe producir 6 unidades y venderlas al precio de 14. Ahora el problema es distribuir la producción entre las dos plantas. El ingreso marginal al nivel de la producción que maximiza el beneficio es: $IMg(Q = 6) = 8 \rightarrow IMg = CMg_A = CMg_B \rightarrow 8 = 2Q_A \rightarrow Q_A^* = 4$. $8 = 4Q_B \rightarrow Q_B^* = 2$.



En el grafico de la izquierda se puede apreciar cómo el monopolista determina el precio y la producción de equilibrio. El costo marginal del monopolio es la suma horizontal de las funciones inversas de costo marginal $Q = f(CMg)$. La producción que maximiza el beneficio es 6 y el precio único maximizador de beneficios es 14. Ahora se trata de saber cómo distribuir la producción de 6 entre las plantas A y B. Se determina el ingreso marginal para el nivel de producción que maximiza el beneficio, $IMg = 8$ y se lleva este valor a la planta A igualándolo con la función de CMg de A, esto permite obtener el nivel de producción para A de cuatro unidades. Se hace lo mismo para la planta B, y se obtiene 2 unidades.



40. Un monopolista detecta que cuando su nivel de producción llega a 2300 unidades la elasticidad de su curva de demanda se hace igual a 1, ¿cuál será el valor de su ingreso marginal en esta situación? ¿qué pasará con los ingresos totales del monopolio si se produjeran 4000 unidades? ¿cuál es el nivel de producción máximo a que podría llegar esta empresa monopólica sin que se afecte el ingreso total?

Si la elasticidad precio de demanda es igual a la unidad, entonces la variación porcentual en la cantidad es igual a la variación porcentual en el precio y el ingreso total no cambia. Es decir el ingreso marginal es igual a cero. Esto ocurre cuando el monopolista está produciendo 2300 unidades. Si la producción se incrementa el monopolista empieza a operar sobre el tramo inelástico de la curva de demanda, en este caso al bajar el precio la cantidad demandada no reacciona de manera

suficiente para incrementar los ingresos. Los ingresos totales caen, el ingreso marginal es negativo. En consecuencia el nivel de producción máximo al que se puede llegar sin afectar el ingreso total es precisamente el nivel donde la elasticidad es la unidad, 2300 unidades.

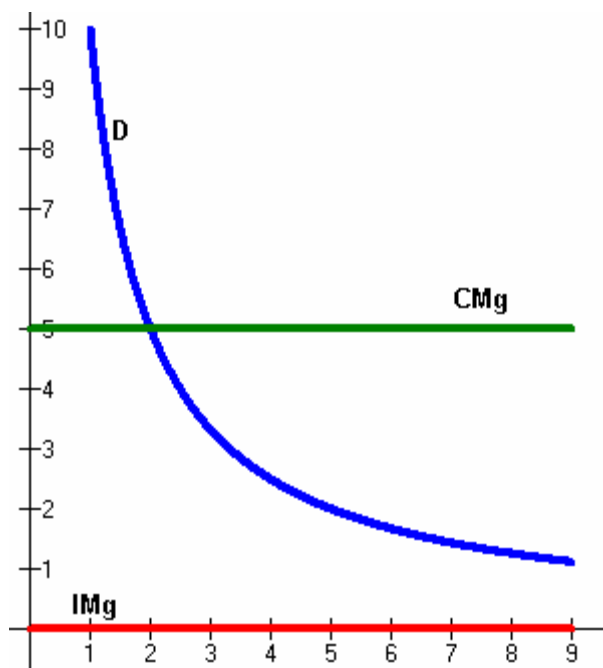
En el grafico asumimos que la función de demanda es lineal. Se aprecia que el IT es máximo al nivel de producción donde la elasticidad es la unidad. Para niveles de producción mayores el IT desciende. Observe que al nivel del precio máximo de demanda el IT es cero y a la cantidad máxima de demanda el IT es cero. Si la producción es cero, a medida que la producción se incrementa el monopolista debe disminuir sus precios (la curva de demanda tiene pendiente negativa) y la cantidad se incrementa a una velocidad mayor que la disminución del precio (la elasticidad es elástica en este tramo de la curva de demanda), esto provoca que el IT crezca. Pero cuando la producción llega al nivel donde la elasticidad es 1, el IT no puede crecer más. A partir de aquí la empresa verá disminuir el IT. Es esta la razón por la cual los monopolios no operan sobre el tramo inelástico de su curva de demanda.

41. Considere un monopolio que enfrenta la siguiente función de demanda $P = 10Q^{-1}$. Obtenga la función de ingreso marginal y estime la elasticidad precio de demanda. Haga un breve comentario sobre esta curva de demanda comparándola con una función lineal de demanda. ¿Es factible esta función de demanda? Encuentre el precio y el nivel de producción que maximiza los beneficios del monopolio si su función de costos es $CT = 5Q$.

Como $P = 10Q^{-1} \rightarrow Q = 10/P$ (para valores positivos de P). Para estimar la elasticidad precio de demanda hacemos:

$$\varepsilon = \frac{\partial Q}{\partial P} \frac{P}{Q} = -\frac{10}{P^2} \frac{P}{Q} = -\frac{10}{PQ} = -\frac{10}{P \frac{10}{P}} = -1. \text{ Observe que este resultado implica}$$

una elasticidad unitaria constante en la curva de demanda para cualquier nivel de producción. La función de ingreso total es $IT = PQ = (10Q^{-1}) \cdot (Q) = 10 \rightarrow IMg = 0$. El ingreso marginal es constante e igual a cero para todo nivel de producción.



El gráfico muestra la función de demanda. Se aprecia que es asintótica a los ejes de precios y de cantidades. En cualquier combinación P, Q el ingreso total es el mismo, $PQ = 10$. La elasticidad es constante en todo el recorrido de la función.

En el caso de la función de demanda lineal (observe el gráfico de la página anterior correspondiente al problema 45) la elasticidad es variable a lo largo de todo el recorrido de la función. Por eso la función de IT es variable, tiene un tramo creciente, llega a un máximo y luego tiene un tramo

decreciente.

En esta función de demanda, que es de hipérbola, la elasticidad es constante, el IT es constante y el IMg es cero.

Como la función $CMg = 5$ entonces para cualquier nivel de producción el $CMg > IMg$ y el monopolio no puede operar sobre este mercado dada esta demanda. ¿Qué sucedería si los costos marginales fueran cero? En este caso el $IMg = CMg$ para cualquier nivel de producción y la empresa estaría en condiciones de cobrar el precio que quisiera. Pero cualquiera que sea ese precio el IT nunca será mayor de 10.

42. Demuestre que $L = -1/\varepsilon$

El índice de Lerner mide el grado de poder de monopolio de una empresa y se define como:

$$L = \frac{P - CMg}{P} \quad \text{pero recordamos que} \quad IMg = P\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right) \quad \text{si el monopolista maximiza beneficios}$$

$$IMg = CMg \Rightarrow P\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right) = CMg \Rightarrow P + \frac{P}{\varepsilon} = CMg \Rightarrow P - CMg = -\frac{P}{\varepsilon} \Rightarrow \frac{P - CMg}{P} = -\frac{1}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow L = \frac{P - CMg}{P} = -\frac{1}{\varepsilon}.$$

Primera Tonelada	16000
Segunda Tonelada	12000
Tercera Tonelada	8000
Cuarta Tonelada	6000
Quinta Tonelada	4000

43. Ud. ha producido cinco toneladas de Atún y quiere venderlas todas. Suponga que el costo marginal es cero y que dos clientes están interesados en comprar el atún. La tabla de demanda para cada uno de ellos es idéntica y se presenta en el cuadro de la izquierda. Suponga ahora que Ud. determina un precio único por tonelada de Atún. ¿Cuál es ese precio si se quiere maximizar el beneficio?

Como la producción está limitada a 5 toneladas y se deben vender las cinco toneladas a un precio único este será el que corresponde al precio de reserva de cada cliente por la tercera tonelada. Se venden 5 toneladas a 8000 generando un ingreso de 40000. Observe que si el precio se fijara en 12000 se venderían 4 toneladas y se obtendría un ingreso de 48000. En este caso es mejor la discriminación de precios que el precio único. Tenga en cuenta que el ingreso total es una medida del beneficio porque los costos marginales son nulos.

44. Resuelva el problema anterior aplicando la discriminación perfecta de precios. ¿Qué precios deben fijarse y ha cuánto ascendería el IT?

Las dos primeras toneladas se venden a 16000, las siguientes dos toneladas a 12000 y la quinta tonelada a 8000. El ingreso total obtenido es 64000.

45. Una tercera opción para el empresario de la pregunta 44 es vender el atún en unidades de 2 toneladas de tal manera que el comprador tendría el derecho de ofertar el precio por una tercera tonelada. ¿A qué precio debe venderse la unidad de 2 toneladas de atún para maximizar el beneficio y ha cuánto ascendería el IT?

Si se vende el atún mediante la estrategia de la venta conjunta o venta por paquete, se encuentra que el precio de reserva de dos toneladas por cliente es de 28000. A este precio se venderían 2 paquetes generando un ingreso de 56000. La quinta tonelada (tercera para cualquiera de los dos compradores) se vendería al precio de 8000 que es el precio de reserva. El ingreso total sería, de nuevo, 64000.

46. Una alternativa diferente para vender las 5 toneladas de atún del problema 44 es vender dos paquetes, uno con tres toneladas y otro con dos toneladas de atún. ¿Cuál sería el precio de cada paquete?

El paquete de 3 toneladas tiene un precio de 36000 y el de 2 toneladas de 28000. Se vendería un paquete de cada uno generando un ingreso, de nuevo, de 64000.