El Duopolio

SOLUCIONARIO PROBLEMAS

Profesor Guillermo Pereyra
guillermopereyra@microeconomia.org
www.microeconomia.org
clases.microeconomia.org

1. **Siendo la función de demanda P = 100 – 0.5(Q_1 + Q_2) y las funciones de costos**
   $CT_1 = 5Q_1$, $CT_2 = 0.5Q_2^2$.
   - a **Hallar el equilibrio desde el punto de vista de Cournot.**
   - b **Encontrar la solución de colusión.**
   - c **¿Qué ocurre si la empresa 1 actúa como líder y la 2 como seguidora?**

Para encontrar la solución a la Cournot aplicaremos la regla IMg = CMg para cada duopolista para encontrar las funciones de reacción.

$IT_1 = PQ_1 = (100 - 0.5Q_1 - 0.5Q_2)Q_1$ ➔ $100Q_1 - 0.5Q_1^2 - 0.5Q_1Q_2$ ➔

$IMg = \dfrac{\partial IT_1}{\partial Q_1} = 100 - Q_1 - 0.5Q_2$, **pero $CMg_1 = 5$**

➔ $100 - Q_1 - 0.5Q_2 = 5 \Rightarrow Q_1 = 95 - 0.5Q_2$ *es la función de reacción*

Siguiendo el mismo procedimiento para el duopolista 2 :

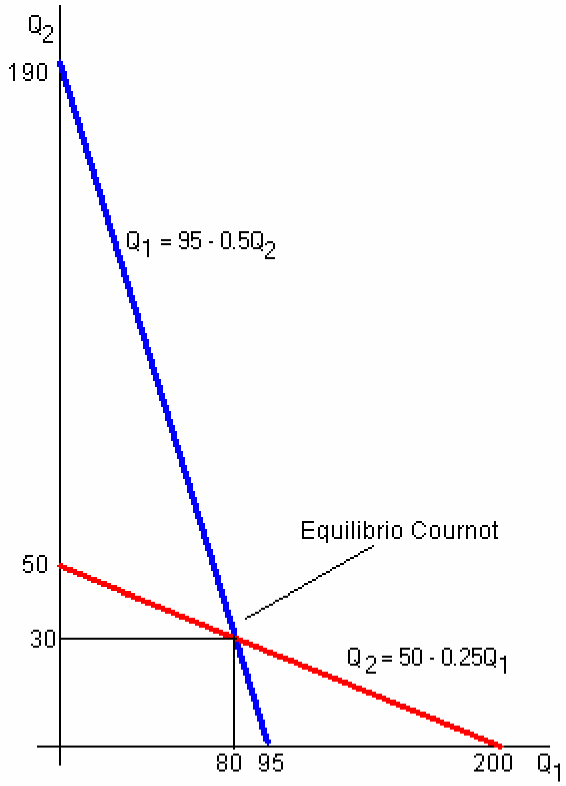
$IT_2 = PQ_2 = (100 - 0.5Q_2 - 0.5Q_1)Q_2$ ➔ $100Q_2 - 0.5Q_2^2 - 0.5Q_1Q_2$ ➔

$IMg = \dfrac{\partial IT_2}{\partial Q_2} = 100 - Q_2 - 0.5Q_1$, **pero $CMg_2 = Q_2$**

➔ $100 - Q_2 - 0.5Q_1 = Q_2 \Rightarrow Q_2 = 50 - 0.25Q_1$ *es la función de reacción*

Resolviendo a partir de las funciones de reacción (dos ecuaciones del tipo $Q_1 = f(Q_2)$, $Q_2 = f(Q_1)$) se obtiene *$Q_1^* = 80$;$Q_2^* = 30$*.

Reemplazando en la función inversa de demanda: P = 100 – 0.5(80 + 30) ➔ *P* = 45*.



El grafico de la izquierda muestra la solución a la Cournot. En el encuentro de las funciones de reacción se halla $Q_1 = 80$ y $Q_2 = 30$. Como la función de reacción se obtiene de la aplicación de la condición IMg = CMg entonces $Q_1 = f(Q_2)$ y $Q_2 = g(Q_1)$ representan las mejores respuestas de cada duopolista al nivel de producción del otro duopolista. Por ejemplo si tomamos la función de reacción del duopolista 1: $Q_1 = 95 - 0.5Q_2$. Si $Q_2 = 100$ entonces para maximizar el beneficio lo mejor que puede hacer el duopolista 1 es producir $Q_1 = 95 - 0.5*100$ ➔ $Q_1 = 45$. Sin embargo si $Q_1 = 45$ lo mejor que puede hacer el duopolista 2 para maximizar el beneficio es $Q_2 = 50 - 0.25*45$ ➔ $Q_2 = 38.75$. *Esta*

combinación Q_1 = 45, Q_2 = 38.75 no es una solución a la Cournot. Sin embargo si Q_1 = 80, Q_2 = 30 entonces se encuentra que cuando el duopolista 2 produce 30 la mejor respuesta del duopolista 1 es producir 80 y cuando el duopolista 1 produce 80 la mejor respuesta del duopolista 2 es producir 30.

En el equilibrio a la Cournot el beneficio obtenido por cada duopolista es:

π_1 = 80*45 – 5*80 = 3200.
π_2 = 30*45 – 0.5*30*30 = 900.
El beneficio total en el mercado es: = 4100. ¿Es posible obtener un beneficio mayor? ¿Qué sucedería si los duopolistas deciden coludir?

La función de demanda es: P = 100 – 0.5Q (donde Q es el nivel de producción conjunta que deben decidir los duopolistas). El ingreso total bajo colusión es IT = (100 – 0.5Q)Q
= 100Q – $0.5Q^2$. El ingreso marginal bajo colusión es: IMg = 100 – Q. Para determinar el nivel de producción que maximize el beneficio de los duopolistas coludidos hacemos:
100 – Q = CMg. Pero ¿cuál de las funciones de CMg empleamos? CMg_1 = 5 y CMg_2 = Q.

Dadas las funciones de CMg se puede concluir que para niveles de producción menores a 5 el CMg es menor en la empresa 2. Pero para niveles de producción mayores a 5 es más eficiente producir en la empresa 1 que tiene costos marginales constantes e iguales a 5. Como en el equilibrio a la Cournot cada empresa produce muy por encima de Q = 5 emplearemos la función de CMg de la empresa 1.

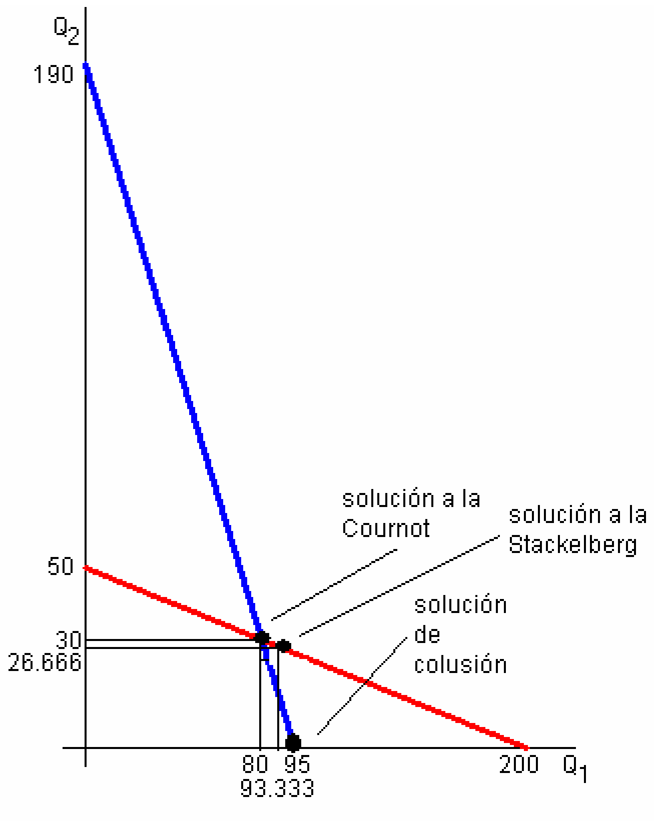
100 – Q = 5 ➔ *Q* = 95* ➔ P = 100 – 0.5*95 ➔ *P* = 52.5*. El beneficio del duopolio bajo colusión es ahora: = 90*52.5 – 5*90 ➔ = *4275*.

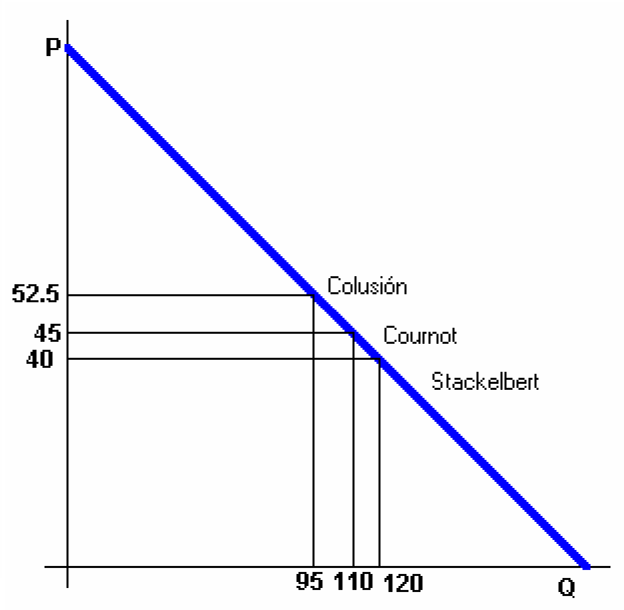
¿Qué hubiera sucedido si la producción se hubiera llevado adelante en la empresa 2?

100 – Q = Q ➔ Q* = 50 ➔ P = 100 – 0.5*50 ➔ P* = 75. Por lo tanto: = 75*50 – 0.5*50*50 ➔ = *2500*. Resulta natural pensar que para maximizar el beneficio la producción bajo colusión debe generarse en la empresa más eficiente. También se observa que la producción bajo colusión es menor que la producción conjunta en la solución a la Cournot (110 en la solución a la Cournot, 95 en la solución bajo colusión). De otro lado el precio bajo colusión es mayor que el precio a la Cournot (75 bajo colusión y 45 a la Cournot).

Como la empresa 2 no está produciendo, la solución de colusión en este caso es la solución de monopolio para la empresa 1.

¿Qué sucede si la empresa 1 es un líder a la Stackelberg?





$IT_1 = PQ_1 = (100 – 0.5Q_1 – 0.5Q_2)Q_1$ ➔ $IT_1 = 100Q_1 – 0.5Q_1^2 – 0.5Q_1Q_2$, pero de acuerdo con la función de reacción de la empresa 2: $Q_2 = 50 – 0.25Q_1$ ➔ $IT_1 = 100Q_1 – 0.5Q_1^2 – 0.5Q_1(50 – 0.25Q_1)$ ➔ $IT_1 = 100Q_1 – 0.5Q_1^2 – 25Q_1 + 0.125Q_1^2$ ➔ $IMg_1 = 75 – Q_1 + 0.25Q_1$ ➔ $75 – Q_1 + 0.25Q_1 = 5$ ➔ *$Q_1^* = 93.333$* ➔ $Q_2^* = 50 - 0.25*93.333$ ➔ *$Q_2^* = 26.666$* ➔ $Q^* = 93.333 + 26.666$ ➔ $Q^* = 120$ ➔ $P^* = 100 – 0.5*120$ ➔ *$P^* = 40$*.

En la solución a la Stackelberg la producción es mayor que la solución a la Cournot y el precio menor. En el grafico de la izquierda de la página anterior se pueden apreciar los resultados encontrados sobre las funciones de reacción de los duopolistas.

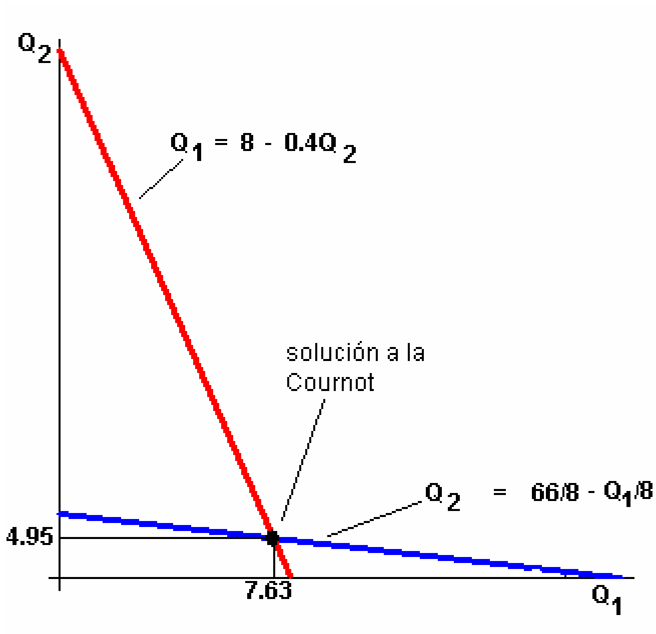
En el grafico de la derecha de la página anterior se aprecian las soluciones encontradas sobre la curva de demanda del mercado. Allí se puede apreciar que la solución de colusión implica la menor producción y el menor precio, mientras que la solución a la Stackelberg representa la mayor producción y el menor precio.

2. **Una industria productora de un cierto bien está integrada por sólo dos empresas, cuyas respectivas funciones de costos totales son: $CT_1 = (1/4)Q_1^2 + 10Q_1 + 20$;**
   $CT_2 = (1/3)Q_2^2 + 8Q_2 + 18$. El mercado del producto se caracteriza por la función:
   $P = 30 - Q$ donde $Q = Q_1 + Q_2$. Hallar:
   - **a** **La solución a la Cournot.**
   - **b** **Considerar que la empresa 1 es líder.**
   - **c** **Considerar que la empresa 2 es líder.**
   - **d** **Encontrar la solución en el caso de colusión.**

$P = 30 - Q \Rightarrow P = 30 - Q_1 - Q_2 \Rightarrow IT_1 = (30 - Q_1 - Q_2)\, Q_1 = 30Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2 \Rightarrow$
$IMg_1 = 30 - 2Q_1 - Q_2$, haciendo $IMg_1 = CMg_1 \Rightarrow 30 - 2Q_1 - Q_2 = (Q_1/2) + 10$
$\Rightarrow$ $Q_1 = 8 - \frac{2Q_2}{5} \Rightarrow$ *Es la función de reacción de la empresa* 1**. Siguiendo el mismo procedimiento obtenemos la función de reacción de la empresa 2:**

$P = 30 - Q \Rightarrow P = 30 - Q_1 - Q_2 \Rightarrow IT_2 = (30 - Q_1 - Q_2)\, Q_2 = 30Q_2 - Q_2^2 - Q_1Q_2 \Rightarrow$
$IMg_2 = 30 - 2Q_2 - Q_1$, haciendo $IMg_2 = CMg_2 \Rightarrow 30 - 2Q_2 - Q_1 = (2Q_2/3) + 8$
$\Rightarrow$ $Q_2 = \frac{66}{8} - \frac{Q_1}{8} \Rightarrow$ *Es la función de reacción de la empresa* 2**. Resolviendo tenemos:**

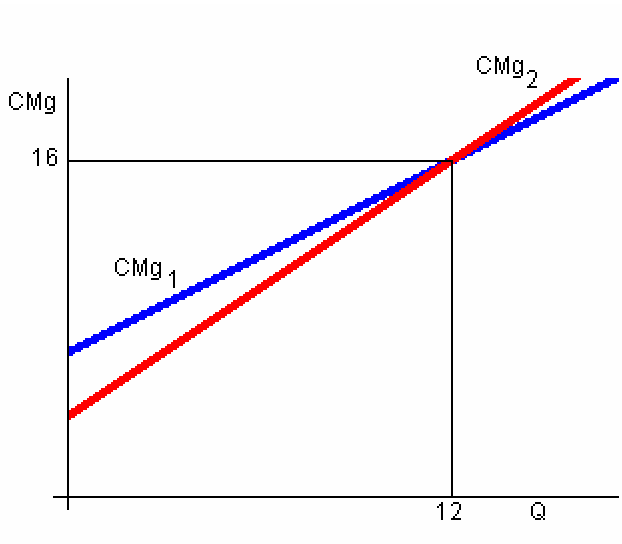
$Q_1^* = 4.95$; $Q_2^* = 7.63 \Rightarrow Q^* = 12.58 \Rightarrow P^* = 17.42$.



En el grafico de más abajo se pueden apreciar los resultados encontrados. La intersección de las funciones de reacción nos da la solución a la Cournot. Observe que la producción de la empresa 2 es mayor que la producción de la empresa 1. Como la producción conjunta para el mercado llega a 12.58 cada empresa debe contribuir a esta producción a partir de sus propias eficiencias en la producción.

Si la producción para el mercado tuviera que cubrirse por una sola empresa, los costos más bajos los tiene la empresa 1. Esto se puede apreciar claramente en el grafico de la página que sigue. Allí se aprecian las funciones de costo marginal de cada duopolista. El costo marginal para producir 12 unidades es el mismo para cada empresa. Pero para producciones por debajo de 12 unidades la empresa 2 tiene menores costos variables. Para producciones mayores a 12 unidades la empresa 1 es la que tiene menores costos.

Como ambas empresas participan del mercado, la empresa 2 produce el 61% mientras que la empresa 1 produce la diferencia, el 39%.



Veamos qué ocurre si la empresa 1 se comportara como un líder a la Stackelberg:

Estimamos el ingreso total de la empresa 1 en función de su propia producción. Para ello reemplazamos el valor de Q_2 por su función de reacción. Luego procedemos como en la situación bajo monopolio. Se toma el IMg y se iguala con el CMg.

$IT_1 = (30 – Q_1 – Q_2)\, Q_1 = 30Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2$, pero de acuerdo con la función de reacción de la empresa 2,

$$Q_2 = \frac{66}{8} - \frac{Q_1}{8} \Rightarrow IT_1 = 30Q_1 - Q_1{}^2 - Q_1(\frac{66}{8} - \frac{Q_1}{8}) \Rightarrow IMg_1 = \frac{87 - 7Q_1}{4} \Rightarrow$$

$$\frac{87 - 7Q_1}{4} = \frac{Q_1}{2} + 10 \Rightarrow Q_1{}^* = 5.22 \Rightarrow Q_2 = \frac{66}{8} - \frac{5.22}{8} \Rightarrow Q_2{}^* = 7.6$$

En este caso la producción para el mercado es 5.22 + 7.6 = 12.82 mayor que bajo la solución a la Cournot. El precio de mercado es 30 – 12.82 = 17.18 menor que bajo la solución a la Cornot.

¿Cuál sería la situación si la empresa 2 actúa como líder?

$IT_2 = (30 – Q_1 – Q_2)Q_2 = 30Q_2 – Q_2^2 - Q_1Q_2$, pero de acuerdo con la función de reacción de la empresa 1,

$$Q_1 = 8 - \frac{2Q_2}{5} \Rightarrow IT_2 = 30Q_2 - Q_2{}^2 - Q_2(8 - \frac{2Q_2}{5}) \Rightarrow IMg_1 = 22 - \frac{6Q_2}{5} \Rightarrow$$

$$22 - \frac{6Q_2}{5} = \frac{2Q_2}{3} + 8 \Rightarrow Q_2{}^* = 7.5 \Rightarrow Q_1 = 8 - \frac{2(7.5)}{5} \Rightarrow Q_1{}^* = 5$$

En este caso la producción para el mercado es 7.5 + 5 = 12.5 menor que la solución a la Stackelberg con la empresa 1 como líder y menor que la producción bajo la solución a la Cournot. El precio de mercado es 30 – 12.5 = 17.5, mayor que bajo la solución a la Stackelberg con la empresa 1 como líder y menor que bajo la solución a la Cournot.

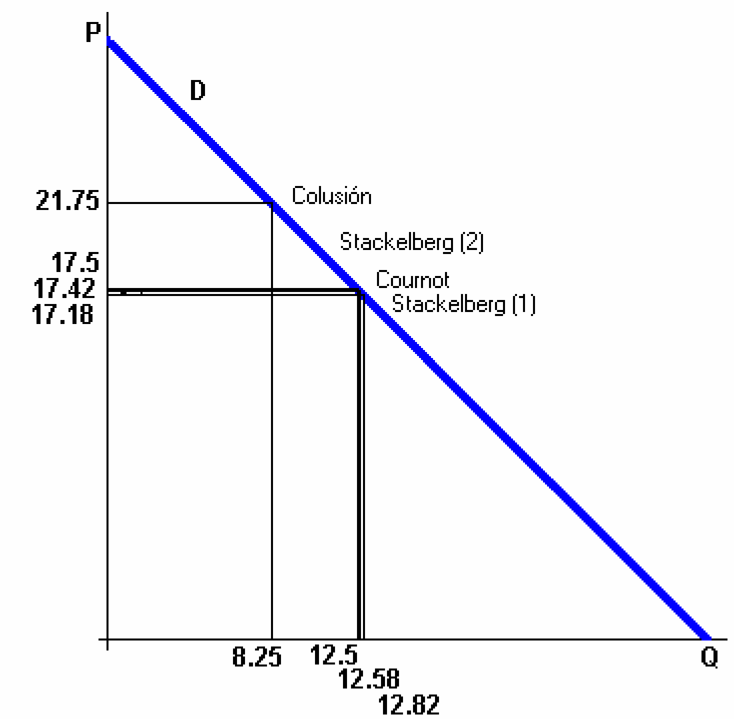
¿Cuál sería la situación bajo colusión? En este caso las dos empresas se ponen de acuerdo para determinar el nivel de producción Q que maximiza el beneficio conjunto.

$IT = PQ = (30 – Q)Q = 30Q – Q^2$ ➔ $IMg = 30 – 2Q$ ➔ $30 – 2Q = 2Q/3 + 8$ ➔ $Q^* = 8.25$ ➔
$P^* = 21.75$.

La razón por la cual los duopolistas coluden es que buscan un nivel de beneficio mayor al que obtienen cuando están compitiendo entre ellos mismos. Para lograr esto se ponen de acuerdo para disminuir la producción conjunta y subir el precio. En consecuencia el nivel de producción de colusión debe ser menor a 12.58. En nuestras estimaciones hemos empleado la condición $IMg = CMg_2$ porque el duopolista 2 es más eficiente para producciones menores a 12. El lector puede hacer sus propias estimaciones haciendo $IMg = CMg_1$ y se encontrará con un beneficio de colusión menor.

Estimando el beneficio para la solución bajo Cournot, Stackelberg y colusión se puede llegar a los resultados que se muestran en el cuadro y grafico que siguen.

	Q_1	Q_2	Q	P	π_1	π_2	π
Cournot	4.95	7.63	12.58	17.42	10.6	34.47	45.07
Stackelberg (1)	5.22	7.6	12.82	17.18	10.67	32.15	43.18
Stackelberg (2)	5	7.5	12.5	17.5	11.25	34.5	45.75
Colusión			8.25	21.75			72.75



3. **Si los duopolistas enfrentan un mercado cuya curva de demanda es $P = 54 – 4Q$, cada uno de ellos tiene un costo por unidad de $6 y un costo fijo total por producir de $40. Ambos deben llevar al mercado su cantidad ofrecida, desconociendo la cantidad que llevará su rival. El mercado, en función de la interacción de la demanda y oferta, determinará el precio de equilibrio.**

a Suponiendo que cada duopolista sólo puede llevar al mercado o bien tres o cuatro unidades de Q:

1.a.1. Calcule la matriz de beneficios para cada duopolista siguiendo los lineamientos de la teoría de juegos, y luego,

1.a.2. Determine la estrategia óptima de cada duopolista (explique).

b Suponiendo que no existe limitación a las cantidades ofrecidas posibles como arriba:

1.b.1. Determine el beneficio y las cantidades ofrecidas de cada uno de los duopolistas si un duopolista se erige en líder y el otro acepta el papel de seguidor.

c Si ambas empresas se "coluden" -esto es, hacen un pacto para maximizar conjuntamente los beneficios, determine el beneficio de equilibrio.

Cada duopolista tiene dos estrategias a tomar en cuenta. O lleva al mercado tres unidades o lleva cuatro unidades. Conociendo la producción en cada alternativa, se obtienen los costos. Conociendo las producciones para el mercado se obtiene el precio y finalmente podemos estimar el beneficio para cada duopolista en cada una de los cuatro posibles resultados de este juego (3, 3; 3, 4; 4, 3; 4,4):

π_1 **(3, 3) = (54 – 4*6)(3) – 3*6 – 40 = 32**
π_1 **(3, 4) = (54 – 4*7)(3) – 3*6 – 40 = 20**
π_1 **(4, 3) = (54 – 4*7)(4) – 4*6 – 40 = 40**
π_1 **(4, 4) = (54 – 4*8)(4) – 4*6 – 40 = 24**
π_2 **(3, 3) = (54 – 4*6)(3) – 3*6 – 40 = 32**
π_2 **(3, 4) = (54 – 4*7)(3) – 3*6 – 40 = 20**
π_2 **(4, 3) = (54 – 4*7)(4) – 4*6 – 40 = 40**
π_2 **(4, 4) = (54 – 4*8)(4) – 4*6 – 40 = 24**

Ahora ordenamos estos resultados en la siguiente matríz de pagos:

		Empresa 2	
		Q = 3	Q = 4
Empresa 1	Q = 3	32 / 32	20 / 40
	Q = 4	40 / 20	24 / 24

La barra inclinada en cada celda separa los resultados en términos de beneficio para cada duopolista. El resultado al lado izquierdo corresponde al beneficio de la empresa 1 y el resultado del lado derecho el beneficio para la empresa 2. Observe que si ambas empresas producen igual el beneficio es igual para cada una (tenga en cuenta que los costos son iguales). Por el contrario si las producciones son diferentes los beneficios son diferentes. La empresa que produce más obtiene mayores beneficios.

Observe también que producir 4 unidades es una estrategia dominante. Si la empresa 1 piensa que la empresa 2 va a producir 3 unidades, su mejor

estrategia es vender 4 unidades. Si la empresa 1 piensa que la empresa 2 va a producir 4 unidades, su mejor estrategia es vender 4 unidades. En consecuencia la empresa 1 va a producir 4 unidades independientemente del hecho que la empresa 2 produzca 3 o 4 unidades.

¿Vender 4 unidades es una estrategia dominante para la empresa 2?

Si la empresa 2 piensa que la empresa 1 va a vender 3 unidades, su mejor estrategia es vender 4 unidades. Si la empresa 2 piensa que la empresa 1 va a vender 4 unidades, su mejor estrategia es vender 4 unidades. En consecuencia la empresa 2 va a producir 4 unidades independientemente del hecho que la empresa 1 produzca 3 o 4 unidades.

Por lo tanto vender 4 unidades es un equilibrio a la Nash.

Veamos ahora el comportamiento de este mercado si se desarrolla una estrategia a la Stackelberg y las empresas no tienen limitaciones de producción.

Asumamos que la empresa 1 es el líder a la Stackelberg (la selección del líder es irrelevante en la medida que las empresas tienen las mismas funciones de costos).

Primero buscamos la función de reacción del duopolista 2:

$P = 54 - 4Q \Rightarrow P = 54 - 4Q_1 - 4Q_2 \Rightarrow IT_2 = (54 - 4Q_1 - 4Q_2)Q_2 = 54Q_2 - 4Q_2^2 - 4Q_1Q_2 \Rightarrow$
$IMg_2 = 54 - 8Q_2 - 4Q_1$, haciendo $IMg_2 = CMg_2 \Rightarrow 54 - 8Q_2 - 4Q_1 = 6 \Rightarrow$
$Q_2 = 6 - \frac{Q_1}{2} \Rightarrow \textit{Es la función de reacción de la empresa } 2$**. Ahora podemos estimar el ingreso total del líder:**

$IT_1 = (54 - 4Q_1 - 4Q_2)Q_1 = 54Q_1 - 4Q_1^2 - 4Q_1Q_2$, pero de acuerdo con la función de reacción de la empresa 2, $IT_1 = 54Q_1 - 4Q_1^2 - 4Q_1(6 - Q_1/2) \Rightarrow$ $IMg_1 = 30 - 4Q_1 \Rightarrow 30 - 4Q_1 = 6 \Rightarrow$ *$Q_1^* = 6$* $\Rightarrow Q_1^* = 6 - 6/2 \Rightarrow$ *$Q_2^* = 3$* $\Rightarrow Q^* = 9 \Rightarrow$ *$P^* = 18$*.

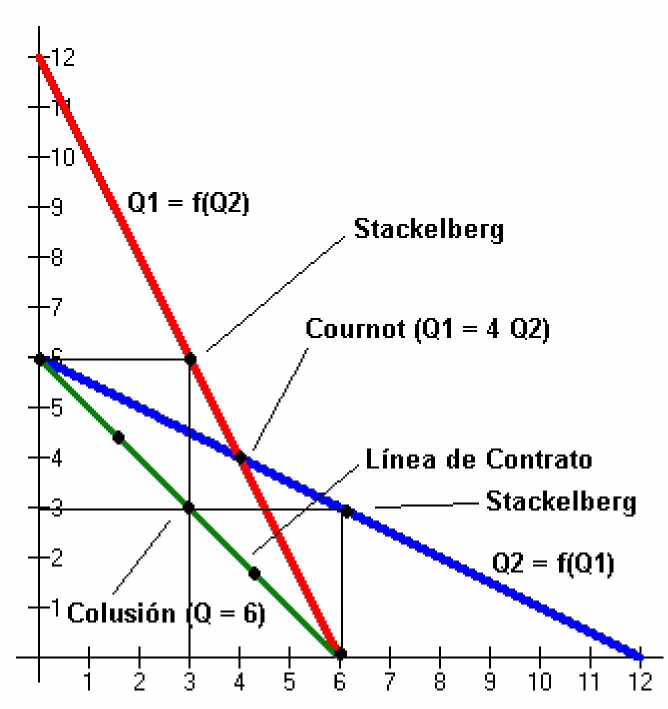
En este caso la empresa 1 va a obtener un beneficio de 32 y la empresa seguidora una pérdida económica de 4.

En el caso que la empresa 2 fuera el líder a la Stackelberg los resultados son equivalentes puesto que enfrenta la misma función de demanda con la misma función de costos: *$Q_2^* = 6$, $Q_1^*=3$, $P^* =18$.* En este caso la empresa 2 va a obtener un beneficio de 32 y la empresa seguidora una pérdida de 4.

En el caso de colusión:

$IT = (54 - 4Q)Q = 54Q - 4Q^2 \Rightarrow IMg = 54 - 8Q \Rightarrow 54 - 8Q = 6 \Rightarrow$ *$Q^* = 6$* $\Rightarrow$ *$P^* = 30$* $\Rightarrow$

π = 6*30 – 6*6 – 40 ➔ π = 104.



En el grafico de la izquierda se muestran los resultados de la solución a la Stackelberg y de la solución de Colusión. Hemos añadido también la solución a la Cournot.

Observe que en el caso de la solución bajo colusión la producción conjunta es de Q = 6 pero no se indica cuánto debe producir cada empresa. Podría ser que la empresa 1 produzca Q = 6 y la empresa 2 nada. O que la empresa 2 produzca Q = 6 y la empresa 1 nada. Podría ser que la empresa 1 produzca 3 y la empresa 2 produzca también 3.

En este caso de colusión en que ambas empresas tienen la misma función de costos, la producción de colusión se reparte entre las dos empresas de acuerdo con la restricción:
$Q_1 + Q_2 = 6$. De aquí se puede obtener la función $Q_2 = 6 – Q_1$ que se conoce como la línea de contrato. Esta línea muestra todas las combinaciones posibles de Q_1 y Q_2 que generan la producción de colusión.

4. **Un consultor de empresas que analizó un complejo turístico en los Andes determinó que la demanda de Hotelería y de Gastronomía (por unidad de tiempo y medidas de alguna forma que no viene al caso analizar) se elevaría a 400 y 800 unidades respectivamente en caso que dichos servicios se proveyesen gratuitamente, decrementándose en 4 y 2 unidades respectivamente ante cada aumento unitario en el precio del primero de ellos y en 2 y 8 unidades respectivamente, ante incrementos unitarios en el precio del segundo de ellos (se trata, naturalmente, de bienes complementarios y las variaciones valen tanto para aumentos como para disminuciones para todos los valores no negativos de las variables). Si los costos unitarios de cada uno de los servicios son respectivamente de $5 y $2, dictamine si la siguiente opinión le resulta acertada: "....es mejor -aún desde la óptica de los consumidores-, que el complejo turístico sea manejado por un solo operador maximizador de beneficios que por dos operadores (uno a cargo de la Hotelería y el otro a cargo de la Gastronomía) que maximizaran beneficios y actuasen al estilo de Cournot (es decir, de acuerdo a sus curvas de reacción) ó actuaran -cualquiera de ellos- uno como líder y el otro como seguidor....." (al estilo de Von Stackelberg).**

La descripción que tenemos de la demanda de Hotelería y Gastronomía permite elaborar la siguiente tabla de demanda. La primera de ellas registra la cantidad demandada del servicio de hotelería y gastronomía cuando sube el precio del servicio de hotelería. La segunda tabla de demanda muestra la cantidad demandada del servicio de hotelería y gastronomía cuando sube el precio del servicio de gastronomía. Se presentan los resultados para los precios hasta
P = 10. Se puede apreciar que el impacto sobre la demanda de cualquier servicio es más fuerte cuando se incrementa el precio del servicio mismo y menor cuando se incrementa el precio del otro servicio.

	Q demandada cuando sube el precio de hotelería			Q demandada cuando sube el precio de gastronomía	
P (hotelería)	Q (hotelería)	Q (gastronomía)	P (gastronomía)	Q (hotelería)	Q (gastronomía)
0	400	800	0	400	800
1	396	798	1	398	792
2	392	796	2	396	784
3	388	794	3	394	776
4	384	792	4	392	768
5	380	790	5	390	760
6	376	788	6	388	752
7	372	786	7	386	744
8	368	784	8	384	736
9	364	782	9	382	728
10	360	780	10	380	720

De otro lado se puede apreciar que la tasa a la cual cambia la cantidad demandada por cualquier servicio cuando cambia el precio de cualquier servicio, es una tasa constante.

Es decir, la cantidad demandada de servicios de hotelería se reduce en 4 unidades cuando sube su precio en una unidad. La cantidad demandada de servicios de hotelería se reduce en dos unidades cuando sube el precio del servicio de gastronomía en una unidad.

La cantidad demandada de servicios de gastronomía se reduce en 8 unidades cuando sube su precio en una unidad. La cantidad demandada de servicios de gastronomía se reduce en 2 unidades cuando sube el precio del servicio de hotelería en una unidad.

Si seguimos el comportamiento de las tablas de demanda se puede encontrar que la cantidad demandada de servicio de hotelería es cero cuando su precio es 100 y la cantidad demandada de servicio de gastronomía es cero cuando su precio es 100.

En la medida que la información con que se cuenta muestra conductas regulares es posible construir una función de demanda continua que represente a la tabla de más arriba.

La función de demanda del servicio de hotelería, si no consideramos el impacto del precio del servicio de gastronomía está dada por:

$Q_H = 400 - 4P_H$. El lector puede verificar esta función dándole diversos valores de la columna del precio del servicio de hotelería, en la primera columna del cuadro de arriba, y así encontrará los valores correspondientes a la cantidad demandada. Observe también que $\frac{\partial Q_H}{\partial P_H} = -4$. Si ahora queremos incorporar el efecto sobre la cantidad demandada del servicio de hotelería de cambios en el precio del servicio de gastronomía obtenemos la siguiente función: $Q_H = 400 - 4P_H - 2P_G$. El lector puede verificar por su parte que se cumple esta ecuación. Observe que $\frac{\partial Q_H}{\partial P_G} = -2$.
Empleando los mismos criterios se puede encontrar: $Q_G = 800 - 8P_G$. Se verifica que $\frac{\partial Q_G}{\partial P_G} = -8$. La ecuación que considera el efecto sobre la cantidad demandada de los precios de ambos servicios será: $Q_G = 800 - 8P_G - 2P_H$. Aquí se verifica que: $\frac{\partial Q_G}{\partial P_H} = -2$.

Conociendo las funciones de demanda podemos estimar la función beneficio y tratar de establecer los precios de los servicios que maximizan el beneficio.

Asumamos que cada servicio es operado por una empresa diferente. La función beneficio de la empresa que administra el servicio de hotelería es:

$$\pi_H = (400 - 4P_H - 2P_G)P_H - 5Q_H \Rightarrow (400 - 4P_H - 2P_G)P_H - 5(400 - 4P_H - 2P_G)$$
$$400P_H - 4P_H^{\,2} - 2P_G P_H - 2000 + 20P_H + 10P_G \Rightarrow para\ \max imizar\ el\ beneficio:$$
$$\frac{\partial \pi_H}{\partial P_H} = 0 \Rightarrow 400 - 8P_H - 2P_G = 0 \Rightarrow P_H = 50 - \frac{P_G}{4} \Rightarrow que\ es\ la\ función\ de\ reacción\ en\ precios.$$

Ahora podemos estimar la función de reacción de la empresa que administra los servicios de gastronomía:

$$\pi_G = (800 - 8P_G - 2P_H)P_G - 2Q_G \Rightarrow (800 - 8P_G - 2P_H)P_G - 2(800 - 8P_G - 2P_H)$$
$$800P_G - 8P_G^{\,2} - 2P_G P_H - 1600 + 16P_G + 4P_H \Rightarrow para\ \max imizar\ el\ beneficio:$$
$$\frac{\partial \pi_G}{\partial P_G} = 0 \Rightarrow 800 - 16P_G - 2P_H = 0 \Rightarrow P_G = 50 - \frac{P_H}{8} \Rightarrow que\ es\ la\ función\ de\ reacción\ en\ precios.$$

Resolviendo estas funciones de reacción en precios podemos encontrar la solución a la Cournot: *P_H* = 38.71; P_G* = 45.16*. Reemplazando estos valores en las ecuaciones respectivas de demanda encontramos: *Q_H* = 154.84; Q_G* = 361.30*.

Veamos ahora el caso en que los administradores de cada servicio se comportan de acuerdo con el modelo de Stackelberg. Supongamos que la

empresa que administra el servicio de hotelería es líder y la empresa que administra el servicio de gastronomía es la seguidora.

$$\pi_H = (400 - 4P_H - 2P_G)P_H - 5Q_H \Rightarrow (400 - 4P_H - 2P_G)P_H - 5(400 - 4P_H - 2P_G)$$

$$400P_H - 4P_H^{\ 2} - 2P_G P_H - 2000 + 20P_H + 10P_G \Rightarrow \textit{ahora reemplazamos } P_G \textit{ por su función de reacción}$$

$$\textit{en precios}: P_G = 50 - \frac{P_H}{8} \Rightarrow 400P_H - 4P_H^{\ 2} - 2(50 - \frac{P_H}{8})P_H - 2000 + 20P_H + 10(50 - \frac{P_H}{8}) \Rightarrow$$

$$\textit{ahora aplicando la condición de } \max \textit{imización del beneficio}:$$

$$\frac{\partial \pi_H}{\partial P_H} = 0 \Rightarrow 318.75 - 7.5P_H = 0 \Rightarrow P_H = 42.5 \Rightarrow P_G = 50 - \frac{42.5}{8} \Rightarrow P_G = 44.69. \textit{ Ahora podemos}$$

$$\det \textit{er} \min \textit{ar la producción aplicando las funciones de demanda}:$$

$$Q_H = 400 - 4P_H - 2P_G \Rightarrow Q_H = 400 - 4(42.5) - 2(44.69) \Rightarrow Q_H = 140.62.$$

$$Q_G = 800 - 8P_G - 2P_H \Rightarrow Q_H = 800 - 8(44.69) - 2(42.5) \Rightarrow Q_G = 357.48.$$

Observe que en el caso del modelo Stackelberg la producción en cada servicio disminuye y el precio aumenta en el caso del servicio de hotelería y disminuye ligeramente en el caso del servicio de gastronomía. El lector puede hacer los cálculos correspondientes en el caso de considerar que el administrador del servicio de gastronomía fuera el líder y el administrador del servicio de hotelería el seguidor.

Qué sucedería en el caso que ambos servicios fueran administrados por una sola empresa. Es decir, ¿qué sucedería si ambos servicios fijaran sus precios de común acuerdo?

El caso de colusión de ambos servicios implica maximizar el beneficio conjunto por los dos servicios:

$\pi = \pi_H + \pi_G$

$$\Rightarrow \pi = (400 - 4P_H - 2P_G)P_H - 5(400 - 4P_H - 2P_G) + (800 - 8P_G - 2P_H)P_G - 2(800 - 8P_G - 2P_H).$$

$$\textit{Para } \max \textit{imizar el beneficio, hacemos}: \frac{\partial \pi}{\partial P_H} = 0 \quad y \quad \frac{\partial \pi}{\partial P_G} = 0.$$

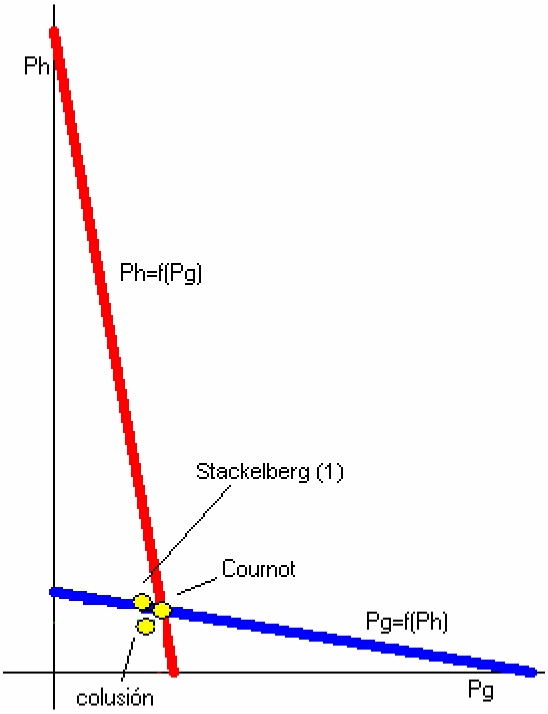
$$\frac{\partial \pi}{\partial P_H} = 424 - 8P_H - 4P_G = 0; \quad \frac{\partial \pi}{\partial P_G} = 826 - 4P_H - 16P_G = 0. \mathrm{Re}\textit{solviendo este sistema de}$$

$$\textit{ecuaciones obtenemos}: P_H = 31.071;\ P_G = 43.86;\ Q_H = 188 \textit{ y } Q_G = 387.$$

Podemos resumir los resultados alcanzados, en el siguiente cuadro. Los precios más bajos y las cantidades mayores en cada servicio se obtienen si el complejo turístico es administrado por un solo operador maximizador de beneficios. Con precios menores y cantidades mayores el excedente del consumidor es el mayor entre las distintas alternativas de operación.

	Hotelería		Gastronomía	
	P	Q	P	Q
Cournot	38.71	154.84	45.16	361.30

Stackelberg (1)	42.5	140.62	44.69	357.48
Colusión	31.071	188	43.86	387



En el grafico que sigue presentamos las soluciones encontradas en este problema. Observe que la solución bajo colusión no se encuentra en ninguna de las curvas de reacción en precios. La solución de colusión es la combinación de precios que más cerca se encuentra del orígen de coordenadas. Por esta razón es que se trata de la solución que le brinda más excedente a los consumidores. De otro lado la solución bajo el modelo Stackelberg está a la izquierda y arriba de la solución a la Cournot. Esto significa un precio menor para el servicio de gastronomía y uno mayor para el de hotelería.

Puede llamar la atención que tratándose de un modelo del tipo de productos diferenciados, las funciones de reacción tengan pendiente negativa. Es que los bienes no son estrictamente productos diferenciados. Se trata de servicios complementarios. Cuando su precio sube se contrae la cantidad demandada. En el caso de los productos diferenciados estos actúan como servicios sustitutos. Cuando el precio de uno de ellos sube la cantidad demandada del otro se incrementa. En consecuencia, debe prestarse atención en el problema al carácter complementario de los servicios.

5. **Si $P = 30 - (Q_1 + Q_2)/2000$ (curva de demanda del mercado); $CT_1 = 10Q_1 + Q_1^2/10000$ (costo total de la empresa 1); $CT_2 = 12Q_2 + Q_2^2/250$ (costo total de la empresa 2). Averigüe el efecto de aplicar un impuesto del 50%(calculado sobre el precio de venta) si la empresa 1 actúa como líder y la 2 como seguidora, sobre precios y cantidades de equilibrio.**

Primero debemos encontrar la solución a la Stackelberg antes de impuestos. Como la empresa 1 actúa como líder, vamos a encontrar antes la función de reacción de la empresa 2.

$P = 30 – (Q_1 + Q_2)/2000 \rightarrow P = 30 – Q_1/2000– Q_2/2000 \rightarrow IT_2 = (30 – Q_1/2000– Q_2/2000)Q_2$
$= 30Q_2 – (Q_1Q_2)/2000 - Q_2^2/2000 \rightarrow$
$IMg_2 = 30 – Q_1/2000– Q_2/1000$; haciendo $IMg_2 = CMg_2 \rightarrow$
$30 - Q_1/2000 - Q_2/1000 = 12 + Q_2/125$

➔ $Q_2 = 2000 - \frac{Q_1}{18} \Rightarrow Es\ la\ \ función\ de\ reacción\ de\ la\ empresa\ 2$**. Ahora podemos estimar el ingreso total del líder:**

$IT_1 = (30 - Q_1/2000 - Q_2/2000)Q_1 = 30Q_1 - Q_1^2/2000 - Q_1Q_2/2000$,pero de acuerdo con la función de reacción de la empresa 2, $IT_1 = 30Q_1 - Q_1^2/2000$

- $\frac{Q_1(2000 - \frac{Q_1}{18})}{2000}$ **➔**

IMg_1 = $29 - \frac{17Q_1}{18000}$ **➔** $29 - \frac{17Q_1}{18000}$ **=** $10 + \frac{Q_1}{5000}$ **➔ $Q_1^* = 16601.94$ ➔**

$Q_2^* = 2000 - 16601.94/18$ ➔ *$Q_2^* = 1077.67$* ➔ $Q^* = Q_1^* + Q_2^* = 17679.61$ ➔ reemplazando en la función de demanda, *$P^* = 21.16$*.

En el grafico que sigue se muestra el equilibrio a la Stackelberg cuando la empresa 1 actúa como líder. Observe que esta solución se encuentra sobre la función de reacción de la empresa 2. El equilibrio a la Cournot, de acuerdo con el grafico, se encuentra más a la izquierda y arriba de la solución a la Stackelberg. Si ahora se aplica un impuesto ad valorem del 50% sobre el precio de venta esto va a afectar a las funciones de costo marginal de cada duopolista. Cada uno de ellos tendrá que modificar su función de costo marginal de acuerdo con:

CMg' = CMg(1 + t), donde t es el impuesto en tantos por uno; en nuestro caso t = 0.5. En consecuencia:

$CMg'_1 = CMg(1.5)$ ➔ $(10 + Q_1/5000)1.5$➔ $CMg'_1 = 15+1.5Q_1/5000$
$CMg'_2 = CMg(1.5)$ ➔ $(12 + Q_2/125)1.5$➔ $CMg'_2 = 18 + 12Q_2/125$

El impacto del impuesto se apreciará en las funciones de reacción. Las funciones de ingreso marginal no se modifican.

$IMg_2 = 30 - Q_1/2000 - Q_2/1000 = CMg_2 = 18 + 12Q_2/125$ ➔ $Q_2 = \frac{24000 - Q_1}{194}$ **.**
Siguiendo el modelo Stackelberg, ahora estimamos el ingreso total de la empresa 1 que es líder:

$IT_1 = (30 - Q_1/2000 - Q_2/2000)Q_1 = 30Q_1 - Q_1^2/2000 - Q_1Q_2/2000$,pero de acuerdo con la función de reacción de la empresa 2, $IT_1 = 30Q_1 - Q_1^2/2000$

- $\frac{Q_1(\frac{24000 - Q_1}{194})}{2000}$ **➔**

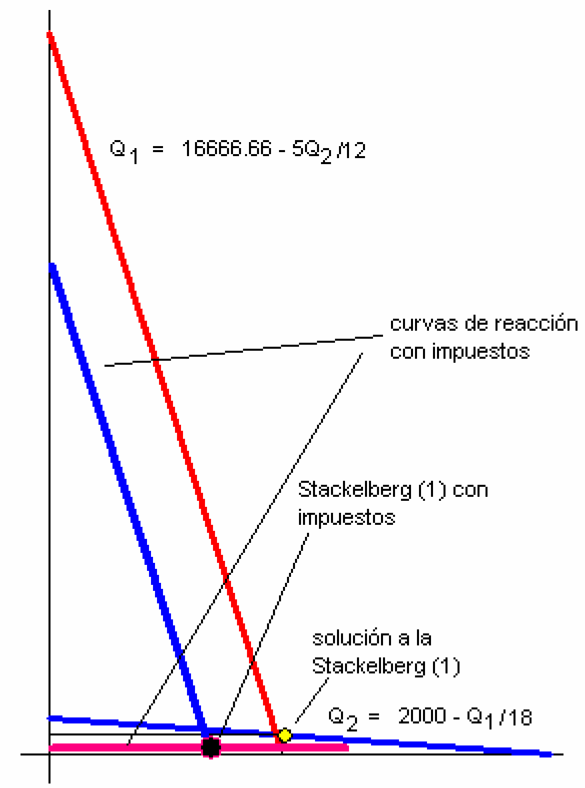
IMg_1 = $\frac{5808000 - 193Q_1}{194000}$ **➔** $\frac{5808000 - 193Q_1}{194000}$ **=** $15 + \frac{1.5Q_1}{5000}$ **➔ *$Q_1^* = 11536.62$* ➔**

Q_2^* = $\frac{24000 - 11536.62}{194}$ **➔ *$Q_2^* = 64.24$* ➔ $Q^* = Q_1^* + Q_2^* = 11600.86$ ➔**

reemplazando en la función de demanda, *$P^* = 24.20$*.

Con el impuesto ad valorem del 50% el precio sube de a 21.16 a 24.20, la producción de la empresa 1 pasa de a 16601.94 a11536.62 y la producción de la empresa 2 de 1077.67 a 64.24.

El impacto más fuerte se produce sobre la producción de la empresa 2. ¿Por qué?



Porque la función de costos de la empresa 2 es mucho mayor que la de la empresa 1. La función de costo marginal de la empresa 2 tiene una pendiente positiva de 0.008 (=1/125), mientras que la pendiente de la función de costo marginal de la empresa 1 es de 0.0002 (=1/5000). La pendiente de la curva de CMg de la empresa 2 es 40 veces mayor que la pendiente de la curva de CMg de la empresa 1. Esto provoca una alta sensibilidad frente al impuesto ad valorem. Tenga en cuenta que tratándose de un impuesto ad valorem y no específico, el monto del impuesto es mayor cuando la producción es mayor. Esto significa que la función de CMg con impuestos se distancia cada vez más de la función de CMg sin impuestos a medida que la producción se incrementa.

En consecuencia, el efecto de los impuestos hace retroceder a la función de reacción de la empresa 2 hacia el origen de coordenadas mientras lo mismo hace la función de reacción de la empresa 1 pero con un menor impacto. Como resultado la producción de ambas empresas disminuye pero mucho más en el caso de la empresa 1.

En el grafico de la izquierda se muestra el equilibrio a la Stackelberg sin impuestos y con impuestos.

Observe cómo la solución encontrada está muy debajo de la solución sin impuestos y un tanto a su izquierda. Esto explica cómo se reduce la producción de la empresa 2 versus lo que sucede con la empresa 1. Observe también cómo las funciones de reacción con impuestos retroceden hacia el origen de coordenadas pero también como la empresa 2 está mucho más pegada al eje horizontal. En general, cuando los costos marginales de una empresa duopolística se incrementan, su función de reacción retrocede en dirección al origen de coordenadas.

6. **Si las curvas de demanda de los bienes 1 y 2 son las que siguen: $P_1 = 203 - Q_1 - 0{,}5Q_2$;**
$P_2 = 50 - 0{,}125Q_1 - Q_2$ y los costos unitarios $CMe_1 = 3 + 2Q_1$ y $CMe_2 = 5 + 200/Q_2$

   a **Si cada producto es producido por una empresa diferente maximizadora de beneficios, calcule la matriz de beneficios para cada empresa en los casos: Cournot, Colusión y Competencia Perfecta.**
   b **¿Existe algún equilibrio a la NASH?**

Primero estimamos las funciones de ingreso y costo marginal para cada duopolista. Luego podemos determinar las soluciones a la Cournot, Stackelberg, colusión, trampa en la colusión y competencia perfecta.

Para cada una de estas soluciones debemos estimar el beneficio de cada duopolista y entonces construir la matriz de beneficios.

La función de demanda del bien 1 es: $P_1 = 203 - Q_1 - 0{,}5Q_2 \Rightarrow IT_1 = (203 - Q_1 - 0{,}5Q_2)Q_1 \Rightarrow$
$203Q_1 - Q_1^2 - 0.5Q_1Q_2 \Rightarrow IMg_1 = 203 - 2Q_1 - 0.5Q_2$. De otro lado conocemos: $CMe_1 = 3 + 2Q_1 \Rightarrow CT_1 = (3 + 2Q_1)Q_1 = 3Q_1 + 2Q_1^2 \Rightarrow CMg_1 = 3 + 4Q_1$. Para hallar la función de reacción hacemos $IMg_1 = CMg_1$: $203 - 2Q_1 - 0.5Q_2 = 3 + 4Q_1$ y resolviendo obtenemos: $Q_1 = \frac{400 - Q_2}{12}$
Seguimos el mismo procedimiento para encontrar la función de reacción del otro duopolista:

La función de demanda del bien 2 es: $P_2 = 50 - 0{,}125Q_1 - Q_2 \Rightarrow IT_2 = (50 - 0{,}125Q_1 - Q_2)Q_2 \Rightarrow$
$50Q_2 – 0.125Q_1Q_2 - Q_2^2 \Rightarrow IMg_2 = 50 - 0.125Q_1 - 2Q_2$. De otro lado conocemos:
$CMe_2 = 5 + 200/Q_2 \Rightarrow CT_2 = (5 + 200/Q_2)Q_2 = 5Q_2 + 200 \Rightarrow CMg_2 = 5$. Para hallar la función de reacción hacemos $IMg_2 = CMg_2$: $50 - 0.125Q_1 - 2Q_2 = 5$ y resolviendo obtenemos: $Q_2 = \frac{360 - Q_1}{16}$.

Resolviendo estas funciones de reacción encontramos la solución a la Cournot:

***$Q_1^* = 31.62$, $Q_2^* = 20.52$*. Llevando estos valores a sus respectivas funciones de demanda, obtenemos:**

$P_1 = 203 - Q_1 - 0{,}5Q_2 \Rightarrow P_1 = 203 – 31.62 - 0{,}5(20.52) \Rightarrow$ *$P_1^* = 161.12$*.

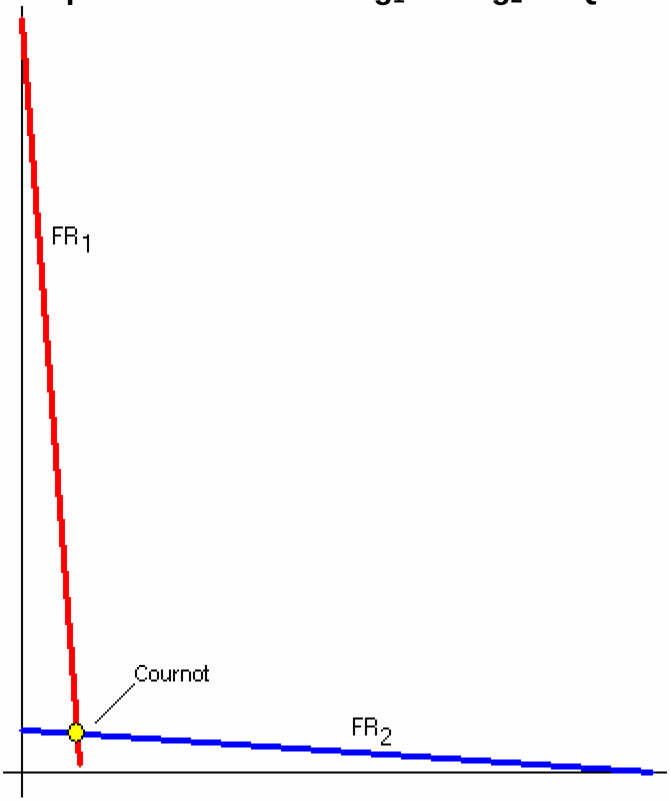
$P_2 = 50 - 0{,}125Q_1 - Q_2 \Rightarrow P_2 = 50 - 0{,}125(31.62) - 20.52 \Rightarrow$ *$P_2^* = 25.53$*.

Ahora podemos encontrar el beneficio obtenido en este mercado con la solución a la Cournot:

π_1 = 161.12*31.62 – (3 + 2*31.62)31.62 = *3000.11*
π_2 = 25.53*20.52 – (5 + 200/20.52)20.52 = *221.28*

π = π_1 + π_2 = *3221.39*

Veamos ahora la solución a la Stackelberg. Tengamos presente las funciones de costo marginal de cada empresa: $CMg_1 = 3 + 4Q_1$ y $CMg_2 = 5$. El costo marginal es creciente para la empresa 1 y constante para la empresa 2. Cuando $CMg_1 = CMg_2$ ➔ Q = 0.5. Es decir, el costo marginal de producir 0.5 unidades es el mismo independientemente de si lo produce el duopolista 1 o el duopolista 2. Si la producción es superior a 0.5 unidades el CMg de la empresa 1 es mayor que el CMg de la empresa 2. Y si se producen menos de 0.5 unidades el CMg de la empresa 1 es menor que el CMg de la empresa 2. Vale decir, para producciones mayores a 0.5 unidades la empresa 2 es más eficiente. Como la producción a la Cournot es superior con mucho a 0.5 unidades para cada duopolista, es pertinente asumir que la empresa 2 será el líder a la Stackelberg. Esta decisión se puede apreciar mejor si comparamos las funciones de costos marginales, como se hace en el grafico de la siguiente página.



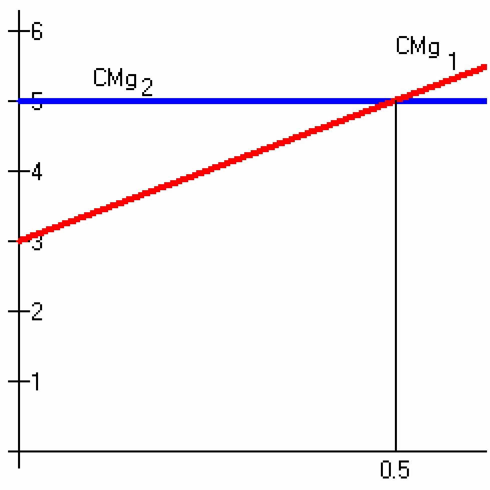
Para encontrar la solución a la Stackelberg seguiremos el siguiente procedimiento: Se define el IT del duopolista 2 en términos de Q_1 y Q_2, luego empleando la función de reacción del duopolista 1 obtenemos una función de IT para el duopolista 2 en términos solamente de la empresa 2. De aquí obtenemos la función de ingreso marginal que la igualamos con la función de costo marginal.

$IT_2 = (50 - 0{,}125Q_1 - Q_2)Q_2 = 50Q_2 - 0.125Q_1Q_2 - Q_2^2$ ➔ $50Q_2 - 0.125\left(\frac{400 - Q_2}{12}\right)Q_2 - Q_2^2$ ➔ $IMg_2 = \frac{5(400 - 19Q_2)}{48}$ ➔

$$\frac{5(400-19Q_2)}{48} = 5 \Rightarrow Q_2 = 20.63 \Rightarrow Q_1 = \frac{400-20.63}{12} = 31.61 \Rightarrow$$

$$ahora\ podemos\ \det er \min ar\ los\ precios: P_1 = 203 - 31.61 - 0.5 * 20.63 = 161.075$$

$$P_2 = 50 - 0.125 * 31.61 - 20.63 = 25.42$$



Ahora podemos estimar los beneficios obtenidos:

π_1 = 161.075*31.61 – (3 + 2*31.61)31.61 = *2998.37*
π_2 = 25.42*20.63 – (5 + 200/20.63)20.63 = *221.26*

$\pi = \pi_1 + \pi_2$ = *3219.63*

En el caso de colusión se trata de maximizar el beneficio conjunto de los duopolistas:

$\pi = \pi_1 + \pi_2$
➔

$$\Rightarrow \pi = (203 - Q_1 - 0.5Q_2)Q_1 - (3 + 2Q_1)Q_1 + (50 - 0.125Q_1 - Q_2)Q_2 - (5 + \frac{200}{Q_2})Q_2$$

$$Para\ \max imizar\ el\ beneficio,\ hacemos: \frac{\partial \pi}{\partial Q_1} = 0 \quad y \quad \frac{\partial \pi}{\partial Q_2} = 0.$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_1} = -\frac{48Q_1 + 5(Q_2 - 320)}{8} = 0; \quad \frac{\partial \pi}{\partial Q_2} = -\frac{5Q_1 + 16Q_2 - 360}{8} = 0. \text{Re}\ solviendo\ este\ sistema\ de$$
$$ecuaciones\ obtenemos: Q_1 = 32.03; Q_2 = 12.49 \Rightarrow P_1 = 203 - 32.03 - 0.5*12.49 = 164.725\ y$$
$$P_2 = 50 - 0.125*32.03 - 12.49 = 33.51 \Rightarrow \pi_1 = 164.725*32.03 - (3 + 2*32.03)32.03 = 3128.21$$
$$\Rightarrow \pi_2 = 33.51*12.49 - (5 + \frac{200}{12.49})12.49 = 156.09 \Rightarrow \pi = 3284.3$$

Queda por estimar los beneficios si las empresas se comportan como en un mercado de competencia perfecta. En ese caso debe cumplirse que P = CMg, entonces:

P_1 = 203 - Q_1 - 0,5Q_2 = 3 + 4Q_1 y P_2 = 50 - 0,125Q_1 - Q_2 = 5 ➔ Q_1^* = 35.95, Q_2^* = 40.51,

P_1 = 203 – 35.95 - 0,5*40.51= 146.795, P_2 debe ser igual a 5 (porque P = CMg)

P_2 = 50 - 0,125*35.95 - 40.51 = 5.

Estimamos el beneficio bajo competencia perfecta:

π_1 = 146.795*35.95 – (3 + 2*35.95)35.95 = *2584.63*
π_2 = 5*40.51 – (5 + 200/40.51)40.51 = *-200*.
$\pi = \pi_1 + \pi_2$ = *2384.63*.

observe el resultado encontrado por el duopolista 2. Enfrenta una pérdida de 200. ¿Por qué? Como la función de costo marginal de esta empresa es

constante e igual a 5, entonces el costo variable medio es también igual a 5. Por lo tanto el precio que es igual al CMg cubre exactamente el costo variable. Sin embargo no cubre el costo total. Como el costo medio del duopolista 2 es 5 + Q_1/200→ CT_1 = 5Q_1 + 200; es decir el costo fijo de la empresa es igual a 200.

En el siguiente cuadro se resumen los resultados alcanzados más arriba. La solución bajo colusión permite obtener los mayores beneficios del mercado para los duopolistas. La solución bajo competencia perfecta es la que genera los menores beneficios. Es interesante anotar que no existe diferencia significativa en la solución bajo competencia a la Cournot o a la Stackelberg. El solo hecho de competir en el mercado por los beneficios los llevan a casi los mismos resultados independiente del comportamiento de uno de ellos como líder.

Muy diferente es el caso si las empresas se ponen de acuerdo para restringir la producción y elevar los precios y, en consecuencia obtener un mayor beneficio.

	π_1	π_2	π
Cournot	3000.11	221.28	3221.39
Stackelberg (1)	2998.37	221.26	3219.63
Colusión	3128.21	156.09	3284.3
Competencia P	2584.63	-200	2384.63

Si asumimos que las producciones detrás de cada solución son la variable estratégica para cada duopolista, podríamos asumir que ellos pueden optar por cualquiera de esos niveles de producción y tratar de descubrir cuál de ellos es el que les permite obtener un mayor beneficio.

En la medida que los resultados alcanzados en la competencia duopolística (Curnot y Stackelberg) son similares, asumiremos los niveles de producción Cournot como opción estrategia (es decir no consideraremos como opción estratégica los niveles de producción a la Stackelberg).

La siguiente matriz de pagos se ha construído tomando los beneficios de cada duopolista de acuerdo con los niveles de producción que escogen. Los resultados estimados antes dan lugar a los beneficios que se pueden leer en las celdas de la diagonal principal de la matriz. Estas son: Cournot-Cournot, Colusión-Colusión y Competencia P-Competencia P.

El resto de valores en las celdas se han estimado teniendo en cuenta la decisión de cada duopolista. Así la combinación Cournot-Colusión, significa que la empresa 1 optó por el nivel de producción a la Cournot (Q_1 = 31.62) y la empresa 2 por el nivel de producción de Colusión (Q_1 = 12.49). Reemplazando estos valores en las funciones de demanda y costos de cada duopolista se obtienen los beneficios que se han colocado en esta celda. Se procede así con el resto de celdas.

La matriz muestra entonces tres opciones estratégicas para cada duopolista, u opta por el nivel de producción a la Cournot, u opta por el nivel de producción de Colusión u opta por el nivel de producción de Competencia P.

		2		
		Cournot	Colusión	Competencia P
1	Cournot	3000.11 / 221.28	3127.06 / 153.68	2684.06 / -178.23
	Colusión	2999.61 / 220.17	3128.21 / 156.09	2679.47 / -180.3
	Competencia P	2943.95 / 210.12	3088.28 / 149.92	2584.63 / -200

Analicemos ahora esta matriz de pagos en dirección ha encontrar, si existe, un equilibrio a la Nash. En la combinación Cournot-Cournot, la empresa 1 se mantendría en su opción porque es la mejor (si elige colusión o competencia P, pasaría de ganar 3000.11 a ganar 2999.61 o 2943.95 respectivamente), y la empresa 2 haría lo mismo, porque con su opción Cournot obtiene 221.28, mientras que si opta por la producción de colusión o de competencia P pasaría ha ganar 153.68 o a perder 178.23. En consecuencia la opción Cournot-Cournot es un equilibrio a la Nash.

El lector puede continuar analizando cada una de las otras ocho combinaciones y puede verificar que no existe otro equilibrio a la Cournot.

Es interesante apreciar que la solución Colusión-Colusión genera un beneficio conjunto mayor pero la distribución entre los duopolistas desfavorece a la empresa 2.

7. **Dos empresas en un mercado enfrentan la función de demanda $Q_1 + Q_2 = A - BP$ y tienen un costo medio igual y constante c, (c < A).Encuentre para cada empresa:**
   - a **El equilibrio a la Cournot-Nash si ambas fijan simultáneamente la producción.**
   - b **El nivel de producción-precio de colusión (con el mismo supuesto anterior)**
   - c **El nivel de equilibrio si una de las empresas tiene el poder de fijar primero su nivel de producción.**

La función de demanda es: $Q_1 + Q_2 = A - BP$, entonces la función inversa de demanda será: $P = \dfrac{A - Q_1 - Q_2}{B}$ **La función ingreso total para la empresa**

1 es:

$$IT_1 = \frac{AQ_1 - Q_1^{\ 2} - Q_1Q_2}{B} \Rightarrow IMg_1 = \frac{A}{B} - \frac{2Q_1}{B} - \frac{Q_2}{B} \quad \textit{ahora igualamos con el CMg}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} - \frac{2Q_1}{B} - \frac{Q_2}{B} = c \Rightarrow Q_1 = \frac{A - BC - Q_2}{2}. \textit{Como el CMe es igual y constante para}$$

las dos empresas, entonces la función de reacción de la empresa 2 *es un equivalente simétrico de la función de reacción de la empresa* 1:

$$Q_2 = \frac{A - BC - Q_1}{2}. \text{Re}\textit{solviendo este sistema de ecuaciones encontramos}$$

$$: Q_1{*} = \frac{A - BC}{3}; Q_2{*} = \frac{A - BC}{3} \Rightarrow \textit{y reemplazando en la función de demanda}:$$

$$P{*} = \frac{A - (\frac{A - BC}{3}) - (\frac{A - BC}{3})}{B} \Rightarrow P{*} = \frac{A + 2BC}{3B}$$

La solución del problema bajo colusión:

$$IT = (\frac{A - Q - Q}{B})Q \Rightarrow IT = \frac{AQ - 2Q^2}{B}) \Rightarrow IMg = \frac{A}{B} - \frac{4Q_1}{B} \quad \textit{ahora igualamos con el CMg}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} - \frac{4Q_1}{B} = c \Rightarrow Q{*} = \frac{A - BC}{4}. \Rightarrow \textit{y reemplazando en la función de demanda}:$$

$$P{*} = \frac{A - (\frac{A - BC}{4}) - (\frac{A - BC}{4})}{B} \Rightarrow P{*} = \frac{A + BC}{2B}$$

Ahora la solución del problema bajo Stackelberg:

$$IT_1 = \frac{AQ_1 - Q_1^{\ 2} - Q_1Q_2}{B} \Rightarrow \textit{pero } Q_2 = \frac{A - BC - Q_1}{2} \Rightarrow IT_1 = \frac{AQ_1 - Q_1^{\ 2} - Q_1(\frac{A - BC - Q_1}{2})}{B} \Rightarrow$$

$$IMg_1 = \frac{A + BC - 2Q_1}{2B} \quad \textit{ahora igualamos con el CMg}$$

$$\Rightarrow \frac{A + BC - 2Q_1}{2B} = c \Rightarrow Q_1{*} = \frac{A - BC}{2}. \textit{ Para hallar } Q_2{*} \textit{ hacemos}: Q_2{*} = \frac{A - BC - (\frac{A - BC}{2})}{2}$$

$$: Q_2{*} = \frac{A - BC}{4} \Rightarrow \textit{y reemplazando en la función de demanda}:$$

$$P{*} = \frac{A - (\frac{A - BC}{2}) - (\frac{A - BC}{4})}{B} \Rightarrow P{*} = \frac{A + 3BC}{4B}$$

Ahora podemos ordenar los resultados ordenados en el siguiente cuadro:

	Q_1	Q_2	Q	P
Cournot	$\frac{A-BC}{3}$	$\frac{A-BC}{3}$	$\frac{2A-2BC}{3}$	$\frac{A+2BC}{3B}$
Colusión	$\frac{A-BC}{8}$	$\frac{A-BC}{8}$	$\frac{A-BC}{4}$	$\frac{A+BC}{2B}$
Stackelberg	$\frac{A-BC}{2}$	$\frac{A-BC}{4}$	$\frac{3A-3BC}{2}$	$\frac{A+3BC}{4B}$

Analizando el comportamiento de la producción bajo las alternativas evaluadas, se puede concluir que:

$Q_{COLUSIÓN} < Q_{COURNOT} < Q_{STACKELBERG}$ y
$P_{COLUSIÓN} > P_{COURNOT} > P_{STACKELBERG}$

Recuerde que estos resultados son restringidos al cumplimiento de dos condiciones específicas: i) Que cada empresa enfrente los mismos costos medios constantes y que la demanda del mercado sea líneal.

8. **Como asesor de la Cámara Nacional de Productores usted ha sido requerido para que informe al Comité Ejecutivo de los efectos cuantitativos que espera tendrá la implementación de medidas impositivas que el gobierno planea aplicar respecto al mercado del bien X -que producen los dos empresarios que nuclea la entidad empresaria referida- y, que según manifestaciones del propio Ministro de Economía "... están dirigidas a maximizar la recaudación fiscal". Las medidas impositivas consisten en la aplicación de un impuesto ad-valorem sobre el bien X, que se produce en condiciones de DUOPOLIO, siendo la demanda del bien x la siguiente: Q = 2000 - 2P y los costos totales de c/u de los empresarios iguales a $2Q_1$ y $3Q_2$ respectivamente. Suponga que ambos duopolistas sostienen conjeturas a la Cournot.**

Los duopolistas tienen costos marginales constantes pero diferentes: $CMg_1 = 2 < CMg_2 = 3$. Aprecie que también se cumple que $CMe_1 = 2 < CMe_2 = 3$. En consecuencia

$CMg_1 = CMe_1 = 2 < CMg_2 = CMe_2 = 3$. Si el gobierno decide aplicar un impuesto ad valorem de, digamos t por ciento por unidad vendida, la función de CMg de cada duopolista cambia a $CMg_{1t} = 2(1+t) \Rightarrow CMg_{1t} = 2+2t$ y también $CMg_{2t} = 3(1+t) \Rightarrow CMg_{2t} = 3+3t$. Como t es independiente del volumen de producción la función de Costo Marginal sigue siendo constante. En consecuencia se trata de un desplazamiento vertical hacia arriba de las funciones de costo marginal originales en un monto igual a 2t en el caso del duopolista 1 y 3t en el caso del duopolista 2. Si t = 18% (como en el caso del Impuesto General a las Ventas), la nueva función de CMg de cada duopolista será 2 + 2t = 2 + 0.36 = 2.36, y , 3 + 3t = 3 + 0.54 = 3.54.

En consecuencia la aplicación de un impuesto impositivo sobre empresas con CMg constantes eleva el costo marginal en una cantidad constante independientemente del nivel de producción de la empresa. Si cada duopolista produce 1 unidad o un millón de unidades la diferencia entre el costo marginal con impuestos y el costo marginal sin impuestos siempre es la misma, 2t en el caso de la empresa 1 y 3t en el caso de la empresa 2.

Antes de analizar el impacto de la medida impositiva sobre la solución del mercado duopólico, estimemos primero la solución a la Cournot sin impuestos:

$$Q = 2000 - 2P \Rightarrow P = 1000 - \frac{Q}{2} \Rightarrow 1000 - \frac{Q_1}{2} - \frac{Q_2}{2} \Rightarrow P = 1000 - \frac{Q_1}{2} - \frac{Q_2}{2}$$

$$IT_1 = (1000 - \frac{Q_1}{2} - \frac{Q_2}{2})Q_1 = 1000Q_1 - \frac{Q_1^{\ 2}}{2} - \frac{Q_1 Q_2}{2} \Rightarrow$$

$$IMg_1 = 1000 - Q_1 - \frac{Q_2}{2} \ \textit{ahora igualamos con el costo marginal:}$$

$$1000 - Q_1 - \frac{Q_2}{2} = 2 \Rightarrow Q_1 = \frac{1996 - Q_2}{2} \ \textit{que es la función de reacción de } 1:$$

Siguiendo el mismo procedimiento podemos estimar la función de reacción de 2:

$$IT_2 = (1000 - \frac{Q_1}{2} - \frac{Q_2}{2})Q_2 = 1000Q_2 - \frac{Q_1 Q_2}{2} - \frac{Q_2^{\ 2}}{2} \Rightarrow$$

$$IMg_2 = 1000 - \frac{Q_1}{2} - Q_2 \ \textit{ahora igualamos con el costo marginal:}$$

$$1000 - \frac{Q_1}{2} - Q_2 = 3 \Rightarrow Q_2 = \frac{1994 - Q_1}{3} \ \textit{que es la función de reacción de } 2:$$

Resolviendo las funciones de reacción obtenemos la solución a la Cournot:

$$Q_1^* = 666; \quad Q_2^* = 664 \Rightarrow Q = 1330 \Rightarrow P = 1000 - \frac{1330}{2} \Rightarrow P^* = 665.$$

El beneficio que se obtiene en el mercado sin impuestos es:

$$\pi_1 = 665*666 - 2*666 = 441558, \quad \pi_2 = 665*664 - 3*664 = 439568, \quad \pi = 881126$$

Las empresas en este mercado tienen un precio, 665, muy por encima de su CMg, 2 y 3 respectivamente. El índice de Lerner de cada una de ellas es bastante elevado. ¿Qué sucederá ahora si el gobierno decide intervenir aplicando un impuesto ad valorem?

Las funciones de IMg encontradas más arriba no se modifican. Las funciones de CMg han tenido un cambio ya explicado cuando el Gobierno decide aplicar un impuesto ad valorem de t%.

$$IMg_1 = 1000 - Q_1 - \frac{Q_2}{2} \quad y\ IMg_2 = 1000 - \frac{Q_1}{2} - Q_2 \Rightarrow$$

Igualando con las funciones de CMg con impuestos:

$$1000 - Q_1 - \frac{Q_2}{2} = 2 + 2t \Rightarrow Q_1 = -\frac{Q_2 + 4(t - 499)}{2}$$

$$1000 - \frac{Q_1}{2} - Q_2 = 3 + 3t \Rightarrow Q_2 = -\frac{Q_1 + 2(3t - 997)}{2}. \text{ Resolviendo obtenemos}:$$

$$Q_1{*} = \frac{2(999 - t)}{3}\ y\ Q_2{*} = \frac{8(249 - t)}{3}.$$

Observe que si t = 0 ➔ Q_1 = 666 y Q_2 = 664. ¿Qué ocurre con un impuesto t = 18%, como en el impuesto general a las ventas?

$$Q_1 = \frac{2(999 - 0.18)}{3} = 665.88\ y\ Q_2 = \frac{8(249 - 0.18)}{3} = 663.52.$$

¿Qué ocurre con un impuesto t = 100%?

$$Q_1 = \frac{2(999 - 1)}{3} = 665.33\ y\ Q_2 = \frac{8(249 - 1)}{3} = 661.33.$$

Se puede concluir que el impacto de un impuesto como este, ad valorem, no es significativo para este mercado, debido principalmente a que los costos medios son constantes. El nivel de producción depende del monto del impuesto pero por muy alto que este fuera (100% por ejemplo) el impacto sobre la producción es mínimo.

Dejamos al lector analizar la situación a partir de un impuesto específico.

9. **Un monopolista puede producir con un coste medio (y marginal) constante de**
   CMe = CMg = 5. La empresa se enfrenta a una curva de demanda del mercado que viene dada por Q = 53 - P.
   - a **Calcule el precio y la cantidad maximizadora de beneficio de este monopolista. Calcule también sus beneficios.**
   - b **Suponga que entra una segunda empresa en el mercado. Sea Q_1 el nivel de producción de la primera y Q_2 el nivel de producción de la segunda. Ahora la demanda del mercado viene dada por $Q_1 + Q_2$ = 5 3 - P. Suponiendo que esta segunda empresa tiene los mismos costos que la primera, formule los beneficios de cada una en función de Q_1 y Q_2.**
   - c **Imagine (como en el modelo de Cournot) que cada empresa elige su nivel de producción maximizador de los beneficios suponiendo**

que el de su competidora está fijo. Halle la función de reacción de cada empresa (es decir, la regla que genera el nivel de producción deseado en función del nivel de su competidora).

d Calcule el equilibrio de Cournot (es decir, los valores de Q_1 y Q_2 con los que ambas empresas obtienen los mejores resultados posibles dado el nivel de producción de su competidora). ¿Cuáles son el precio y los beneficios del mercado resultantes de cada empresa?

e Suponga ahora que la empresa 1 es un líder a la Stackelberg (es decir, toma sus decisiones de producción antes que la 2). Halle las curvas de reacción que indican cuánto producirá cada empresa en función del nivel de producción de su competidora.

f ¿Cuánto producirá cada empresa y cuántos beneficios obtendrá?

La solución bajo monopolio:

$$Q = 53 - P \Rightarrow P = 53 - Q \Rightarrow IMg = 53 - 2Q \Rightarrow 53 - 2Q = 5 \Rightarrow Q^* = 24 \Rightarrow P^* = 29$$

$$Para\ hallar\ el\ beneficio: \quad \pi = 29 * 24 - 5 * 24 \Rightarrow \pi = 576.$$

Ahora ingresa una segunda empresa al mercado. La demanda de cada una de estas empresas en el mercado es la demanda residual.

$$Q = 53 - P \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 53 - P \Rightarrow Q_1 = (53 - Q_2) - P \quad es\ la\ demanda\ residual\ de\ la\ empresa\ 1,\ y$$

$$Q_1 + Q_2 = 53 - P \Rightarrow Q_2 = (53 - Q_1) - P\ es\ la\ demanda\ residual\ de\ la\ empresa\ 2.$$

Observe que la demanda residual de cada empresa es la demanda que le queda dada la producción para el mercado de la otra empresa. Si la producción de la otra empresa es cero entonces la demanda residual de la primera empresa es la demanda del mercado.

Si queremos una función del beneficio en términos de Q_1 y Q_2 podemos hacer:

$$Q_1 = (53 - Q_2) - P \Rightarrow P = 53 - Q_2 - Q_1 \Rightarrow \pi_1 = IT_1 - CT_1 = 53Q_1 - Q_1Q_2 - Q_1^2 - 5Q_1 \Rightarrow \pi_1 = 48Q_1 - Q_1Q_2 - Q_1^2$$

$$\pi_2 = IT2 - CT_2 = 53Q_2 - Q_1Q_2 - Q_2^2 - 5Q_2 \Rightarrow \pi_2 = 48Q_2 - Q_1Q_2 - Q_2^2.$$

El objetivo de cada una de estas empresas es maximizar el beneficio. Para lograrlo se debe cumplir que:

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_1} = 0\ y\ \frac{\partial \pi}{\partial Q_2} = 0. \quad \begin{array}{l} \dfrac{\partial \pi}{\partial Q_1} = 48 - Q_2 - 2Q_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = 24 - \dfrac{Q_2}{2} \quad y: \\ \dfrac{\partial \pi}{\partial Q_2} = 48 - Q_1 - 2Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = 24 - \dfrac{Q_1}{2} \end{array}$$

Para hallar el equilibrio a la Cournot basta con resolver este sistema de ecuaciones:

Q_1*=16 y Q_1*=16 y Q* = 32➔P* = 21.

$$\pi_1 = 48(16) - (16)(16) - (16)^2 \Rightarrow \pi_1 = 256$$
$$\pi_2 = 48(16) - (16)(16) - (16)^2 \Rightarrow \pi_2 = 256 \Rightarrow \pi = 512.$$

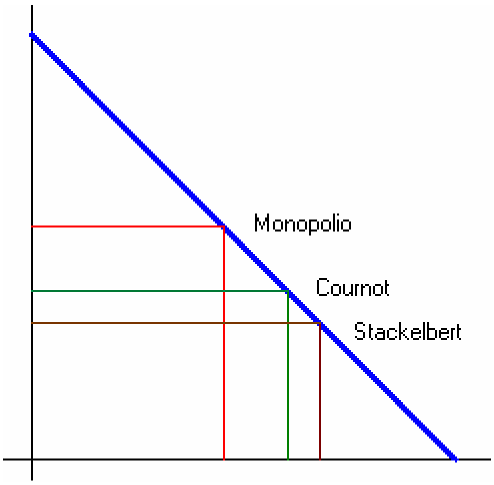
Observe que el beneficio bajo competencia a la Cournot, 512, ha disminuido en relación a la industria cuando estaba monopolizada, 576.

Veamos los resultados que se producen si la empresa 1 es un líder a la Stackelberg.

$$IT_1 = (53 - Q_1 - Q_2)Q_1 = 53Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2 \;\; pero \; Q_2 = 24 - \frac{Q_1}{2} \Rightarrow$$
$$53Q_1 - Q_1^2 - Q_1(24 - \frac{Q_1}{2}) \Rightarrow IMg_1 = 29 - Q_1 \Rightarrow 29 - Q_1 = 5 \Rightarrow Q_1{*} = 24 \; y \; Q_2 = 24 - \frac{24}{2} = 12$$
$$\Rightarrow P = 53 - 24 - 12 = 17. \; Ahora \;\; podemos \; estimar \;\; el \; beneficio:$$
$$\pi_1 = 24*17 - 5*24 = 288 \; y \; \pi_2 = 12*17 - 5*12 = 144 \Rightarrow \pi = 432.$$

Podemos resumir los resultados encontrados en el siguiente cuadro:

	Q_1	Q_2	Q	P	
Monopolio			24	29	576
Cournot	16	16	32	21	512
Stackelberg	24	12	36	17	432



El grafico de la izquierda nos muestra la ubicación de las distintas soluciones que hemos encontrado.

Desde el punto de vista del beneficio el mayor se encuentra bajo la forma de monopolio y el menor bajo el modelo Stackelberg.

Desde el punto de vista del consumidor el excedente del consumidor es mayor bajo el modelo Stackelberg y menor bajo Monopolio.

Observe que la solución bajo monopolio, es decir, sin ninguna competencia, implica un mayor precio y una menor producción, y las soluciones bajo competencia un menor precio y una mayor producción,

siendo la competencia a la Stackelberg donde la producción es mayor y el precio menor.

10. **Suponga que dos empresas idénticas producen artilugios y que son las únicas que hay en el mercado. Sus costes vienen dados por $CT_1 = 30Q_1$ y $CT_2 = 30Q_2$, donde Q_1 es el nivel de producción de la empresa 1 y Q_2 es el de la 2. El precio viene determinado por la siguiente curva de demanda P = 150 - Q.**
    - a **Halle el equilibrio a la Cournot-Nash. Calcule los beneficios de cada empresa en este equilibrio.**
    - b **Suponga que las dos empresas forman un cártel para maximizar los beneficios conjuntos. ¿Cuántos artilugios producirán? Calcule los beneficios de cada empresa.**
    - c **Suponga que la empresa 1 fuera la única que hay en la industria. ¿Qué diferencia habría entre el nivel de producción del mercado y los beneficios de la empresa 1 y los que hallamos en el punto anterior?**
    - d **Volviendo al dupopolio de la parte b, suponga que la empresa 1 obedece el acuerdo, pero la 2 lo viola aumentando la producción. ¿Cuántos artilugios producirá la 2? ¿Cuántos beneficios obtendrá cada empresa?**

Partiendo de la función de demanda:

$$P = 150 - Q \Rightarrow P = 150 - Q_1 - Q_2 \Rightarrow IT_1 = 150Q_1 - Q_1^{\ 2} - Q_1Q_2 \Rightarrow IMg_1 = 150 - 2Q_1 - Q_2$$

$$haciendo: 150 - 2Q_1 - Q_2 = 30 \Rightarrow Q_1 = 60 - \frac{Q_2}{2}, \ seguimos\ el\ mismo\ proce\mathrm{dim}iento\ para\ la$$

$$empresa\ 2: IT_2 = 150Q_2 - Q_2^{\ 2} - Q_1Q_2 \Rightarrow IMg_2 = 150 - 2Q_2 - Q_1$$

$$haciendo: 150 - 2Q_2 - Q_1 = 30 \Rightarrow Q_2 = 60 - \frac{Q_1}{2}. \ \mathrm{Re}solviendo\ este\ sistema\ de\ ecuaciones:$$

$$Q_1{*} = Q_2{*} = 40 \Rightarrow Q{*} = 80 \Rightarrow P{*} = 70.\ Ahora\ podemos\ estimar\ el\ beneficio:$$

$$\pi_1 = \pi_2 = 40*70 - 30*40 = 1600 \Rightarrow \pi = 3200.$$

Si ahora las empresas se ponen de acuerdo para decidir la producción conjunta:

$$P = 150 - Q \Rightarrow IMg = 150 - 2Q\ y\ haciendo: 150 - 2Q = 30 \Rightarrow Q = 60 \Rightarrow P{*} = 90.$$

$$Ahora\ podemos\ estimar\ el\ beneficio: \pi = 90*60 - 30*60 = 3600.$$

El beneficio conjunto asciende entonces a 3600 que corresponde a los duopolistas coluditos. En la medida que cada uno tiene la misma estructura de costos se espera que la producción y los beneficios se dividan por igual entre ellos. $Q_1 = Q_2 = 30$ y $_1 = \ _2 = 1600$.

Si la empresa 1 estuviera sola en el mercado actuaría como un monopolista. Su función de demanda sería la del mercado P = 150 – Q; su función de ingreso marginal sería

IMg = 150 – 2Q y bajo condiciones de maximización del beneficio, 150 - 2Q = 30, entonces
Q* = 60 y P* = 90.

Observe que son los mismos resultados que encontramos cuando también se encontraba la empresa 2 en el mercado. Por supuesto el beneficio de la empresa 1 cuando actúa como monopolio es 3600.

Esto nos permite concluir que el comportamiento del cartel es igual al comportamiento del monopolio. Recuerde que el cartel es un acuerdo en dirección ha tomar dominio sobre el mercado y donde todos sus integrantes se comprometen a actuar como una sola empresa. Si la decisión del cartel es producir 60 unidades, entonces cada uno de sus miembros debe llevar al mercado el nivel de producción que le corresponda para que en el mercado existan esas 6º unidades. Esto permitirá que todos los miembros del cartel reciban un precio de 90 por cada unidad que venden en el mercado.

La diferencia entre la colusión y el monopolio es que en la colusión cada miembro debe producir una cuota determinada por el cartel mientras que en el monopolio este nivel de producción es único. Si las funciones de costos de los miembros del cartel son iguales, se puede esperar que la cuota de producción de cada uno sea la misma e igual a la producción de monopolio entre el número de empresas que constituyen el cartel.

Pero ¿qué es lo que sucede si una de las empresas no respeta los acuerdos del cartel?

Supongamos que la empresa 1 respeta el acuerdo del cartel y se compromete a llevar al mercado una producción de 30 unidades. ¿Cuál será el nivel de producción de la empresa 2 si decidiera no acatar el acuerdo pero asumiendo que la empresa 1 si lo acata?

$$IT_2 = (150 - Q_1 - Q_2)Q_2 = 150Q_2 - Q_1Q_2 - Q_2^{\,2},\ \textit{pero 2 asume que 1 va a producir 30}:$$
$$\Rightarrow 150Q_2 - 30Q_2 - Q_2^{\,2} \Rightarrow IMg_1 = 150 - 30 - 2Q_2 \Rightarrow 120 - 2Q_2 = 30 \Rightarrow Q_2{*} = 45.$$
$$\textit{Ahora el precio del mercado será}:$$
$$P = 150 - 30 - 45 = 75\ \textit{y el beneficio para cada uno de los duopolistas}:$$
$$\pi_1 = 30*75 - 30*30 = 1350;\quad \pi_2 = 45*75 - 45*30 = 2025;\quad \pi = 3375.$$

11) **Dos duopolistas que producen bienes diferenciados deben elegir una estrategia publicitaria, para un período determinado, en forma irrevocable y secreta. Una campaña -llámesela Positiva- enfatizaría la bondad del producto ofrecido, mientras que la otra -Negativa-, denigraría el producto de la competencia. También se contempla la posibilidad de decidir no efectuar publicidad alguna (No Pu). Si ambas empresas optan por las campañas Positivas, el beneficio previsto para cada una de ellas será un 50% mayor que el previsto para el caso en que ninguna de ellas efectúe publicidad -caso que se utilizará como referencia en todas las restantes alternativas-. Si ambas optan por campañas Negativas el beneficio previsto se incrementa en un 30%. En**

la situación que una de las empresas optare por una campaña Positiva y la otra por la Negativa el correspondiente beneficio previsto se incrementa en un 10% para la primera y en 4% para la otra. Finalmente si uno de ellos no publicita, dos son las posibilidades: que el restante decida por una campaña Positiva o Negativa. En el primer caso no se modifica el beneficio previsto por el primero pero se incrementa en 10% el beneficio del segundo, en tanto que en el otro caso, quien no publicita reduce su beneficio en 10% mientras que su competidor lo incrementa en un 5%. Si se adopta el valor 100 como índice de beneficio para ambas firmas para el caso NoPu-NoPu, encuentre la matriz de beneficios previstos de ambas empresas. Indique qué estrategias constituyen un equilibrio a la Nash.

De acuerdo con la información del problema, cada empresa puede optar por una de tres estrategias, hacer publicidad positiva, hacer publicidad negativa o no hacer publicidad. Esto representa una matríz de pagos de 3x3. El cuadro que sigue responde a las características del problema. Se trata de hallar los valores que van desde la letra A hasta la I. Como la celda I – I, la estrategia NoPu – NoPu , tiene como beneficios 100, 100, se pueden construir el resto de valores siguiendo las indicaciones establecidas.

		Empresa 2		
		Positiva	Negativa	No Pu
Empresa 1	Positiva	A	B	C
	Negativa	D	E	F
	No Pu	G	H	I

		Empresa 2		
		Positiva	Negativa	No Pu
Empresa 1	Positiva	150 / 150	110 / 104	110 / 100
	Negativa	104 / 110	130 / 130	90 / 105
	No Pu	100 / 110	90 / 105	100 / 100

Para encontrar el equilibrio a la Nash tenemos que evaluar celda a celda el costo de oportunidad en términos de los beneficios obtenidos para cada duopolista. Si un duopolista encuentra que es mejor mantenerse en la celda actual porque en otras celdas, correspondientes a otras estrategias, no estaría mejor y si, además, el otro duopolista en la misma celda encuentra que también es mejor mantenerse allí, entonces en esta celda se está produciendo un equilibrio a la Nash.

En el caso de la primera celda de la Matríz de Beneficios, cuando ambos duopolistas realizan una publicidad positiva, obtienen beneficios de 150 cada uno.

¿Se mantendrá en esta posición el duopolista 1?

El duopolista 1 se encuentra en esta posición porque el duopolista 2 se ha decidido por una estrategia de publicidad positiva y él también. Pero si el duopolista 2 ha decidido emplear la publicidad positiva, el duopolista 1 tiene otras dos opciones alternativas: hacer publicidad negativa o no hacer publicidad. Si hace publicidad negativa su beneficio será de 104 y si no hace publicidad su beneficio será de 100. Como ambos resultados son menores que el inicial, el duopolista 1 se mantendrá en esta celda.

¿Se mantendrá en esta posición el duopolista 2?

El duopolista 2 se encuentra en esta posición porque el duopolista 1 se ha decidido por una estrategia de publicidad positiva y él también. Pero si el duopolista 1 ha decidido emplear la publicidad positiva, el duopolista 2 tiene otras dos opciones alternativas: hacer publicidad negativa o no hacer publicidad. Si hace publicidad negativa su beneficio será de 104 y si no hace publicidad su beneficio será de 100. Como ambos resultados son menores que el inicial, el duopolista 2 se mantendrá en esta celda.

En consecuencia la combinación Publicidad Positiva, Publicidad Positiva es un equilibrio a la Nash.

¿Existen otros equilibrios a la Nash en esta matríz de beneficios?

Debemos analizar cada una de las nueve celdas para saber si existen otros equilibrios a la Nash. El lector puede verificar que existe un segundo equilibrio a la Nash en la combinación Publicidad Negativa, Publicidad Negativa. En este caso los beneficios obtenidos son de130 para cada duopolista.

12) **Supongamos que las empresas Ford y GM son las únicas que pueden producir un nuevo tipo de combustible para automóviles. La matríz de pagos en base a si entrar o no al mercado es la que se aprecia en el cuadro que sigue. ¿Pueden ambas empresas tener una estrategia dominante? ¿Existe algún o algunos equilibrios a la Nash?**

		GM	
		Entrar	No Entrar
Ford	Entrar	10 / -40	250 / 0
	No entrar	0 / 200	0 / 0

Una estrategia es dominante si optamos por ella independientemente de la estrategia que haya tomado nuestro competidor.

Analicemos el comportamiento estratégico de la empresa Ford. Ella tiene que decidir si entra o no entra al mercado. Supongamos que Ford piensa que GM decide entrar al mercado, ¿cuál será su mejor respuesta? Observando la matríz de pagos se encuentra que Ford obtendría un beneficio de 10 si entra al mercado o de 0 si no entra. *En consecuencia, su mejor respuesta es entrar al mercado si GM entra al mercado.*

Ahora supongamos que Ford piensa que GM decide no entrar al mercado, ¿cuál será su mejor respuesta? Observando la matríz de pagos se encuentra que Ford obtendría un beneficio de 250 si entra al mercado y de 0 si no entra. *En consecuencia, su mejor respuesta es entrar al mercado si GM no entra al mercado.*

Por lo tanto para Ford entrar al mercado es una estrategia dominante.

¿Tendrá GM una estrategia dominante? Si GM piensa que Ford decide entrar al mercado, entonces su mejor opción es no entrar al mercado y recibir un beneficio de 0 (si decidiera entrar al mercado tendría un beneficio negativo de 40). Si GM piensa que Ford decide no entrar al mercado, entonces su mejor opción es entrar al mercado y recibir un beneficio de 200 (si decidiera no entrar al mercado tendría un beneficio de 0). En consecuencia la estrategia de GM depende de lo que haga Ford. GM no tiene una estrategia dominante.

Analizando la matríz de pagos, celda a celda, el lector puede verificar que existe un solo equilibrio a la Nash. Este equilibrio implica la combinación Entrar, No Entrar. Ford entra al mercado y GM no entra al mercado.

13) **Observe la siguiente función de demanda del mercado $P = 26 - Q$. Dos empresas idénticas tienen la siguiente función de costos: $CT = 64 + 2Q$. Las empresas producen productos idénticos. Halle el precio y la cantidad de equilibrio a la Cournot-Nash; ¿Una tercera idéntica firma, podría estar interesada en ingresar al mercado? ¿Cuál será el precio y la cantidad de equilibrio en el mercado si ambas empresas deciden coludirse y dividirse por igual el mercado?**

$$P = 26 - Q \Rightarrow P = 26 - Q_1 - Q_2 \Rightarrow IT_1 = 26Q_1 - Q_1^{\ 2} - Q_1Q_2 \Rightarrow IMg_1 = 26 - 2Q_1 - Q_2$$

$$igualando\ con\ el\ CMg: 26 - 2Q_1 - Q_2 = 2 \Rightarrow Q_1{*} = 12 - \frac{Q_2}{2}\ que\ es\ la\ \ funci\acute{o}n\ de\ reacci\acute{o}n\ del\ \ duopolista\ 1.$$

Como el duopolista 2 tiene la misma función de costos, su función de reacción es equivalente simétrica con la función de reacción del duopolista 1:

$$Q_2{*} = 12 - \frac{Q_1}{2}\ y\ resolviendo\ este\ sistema\ de\ ecuaciones\ se\ encuentra:$$
$$Q_2{*} = 8 = Q_2{*} \Rightarrow Q{*} = 16 \Rightarrow P{*} = 10.$$

Supongamos que una tercera empresa idéntica a las anteriores decidiera ingresar al mercado. En este caso la demanda del mercado sería P = 26 - Q_1 – Q_2 – Q_3.

$$P = 26 - Q_1 - Q_2 - Q_3 \Rightarrow IT_1 = 26Q_1 - Q_1^{\ 2} - Q_1Q_2 - Q_1Q_3 \Rightarrow IMg_1 = 26 - 2Q_1 - Q_2 - Q_3$$
$$igualando\ con\ el\ CMg: 26 - 2Q_1 - Q_2 - Q_3 = 2 \Rightarrow Q_1 = 12 - \frac{Q_2}{2} - \frac{Q_3}{2}$$

Con el mismo procedimiento se obtienen las funciones de reacción de los duopolistas 2 y 3 que, como en casos anteriores, por tener las mismas funciones de costos, son equivalentes simétricos. Resolviendo el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas se obtiene;

$$Q_1 = 12 - \frac{Q_2}{2} - \frac{Q_3}{2}; Q_2 = 12 - \frac{Q_1}{2} - \frac{Q_3}{2}; Q_3 = 12 - \frac{Q_2}{2} - \frac{Q_3}{2} \Rightarrow Q_1{*} = Q_2{*} = Q_3{*} = 6$$
$$\Rightarrow Q{*} = 18 \Rightarrow P{*} = 8.$$

El resultado obtenido indica que si en el mercado hay dos empresas, cada una toma la mitad (si tienen costos iguales), si hay tres empresas cada una toma la tercera parte, etc. ¿Pero qué sucede con las ganancias?

$$con\ dos\ empresas\ en\ el\ mercado:$$
$$\pi_1 = 10 * 8 - 64 - 2 * 8 = 0$$
$$con\ tres\ empresas\ en\ el\ mercado:$$
$$\pi_1 = 8 * 6 - 64 - 2 * 6 = -28$$

Con dos empresas en el mercado las empresas obtenían el beneficio normal (beneficio económico cero). Pero con tres empresas en el mercado cada una esta obteniendo una pérdida de 28.

En el corto plazo esto puede soportarse porque las empresas están cubriendo sus costos variables, que ascienden a 2*6=12 con sus ingresos por ventas que ascienden a 8*6=48 dejándole un remanente de 48 – 12 = 36 para cubrir sus costos fijos, que ascienden a 64. Queda al descubierto

64 – 36 = 28. Esta pérdida es mejor que una pérdida de 64 en el caso que la empresa cierre sus operaciones. Sin embargo en el largo plazo esta situación no se puede mantener y una de las empresas tendrá que salir del mercado. (Otra opción podría ser introducir nuevas tecnologías que bajen los costos medios de las empresas)

Consideremos ahora otra situación, en vez del ingreso de una tercera empresa, considerar la colusión entre las 2 empresas en el mercado.

$$P = 26 - Q \Rightarrow IMg = 26 - 2Q \Rightarrow 26 - 2Q = 2 \Rightarrow Q^* = 12 \Rightarrow P^* = 12$$
$$\pi = 12*12 - 64 - 2*12 = 56 \Rightarrow \pi_1 = 28 = \pi_2$$

En consecuencia, la opción de coludirse es mucho más beneficiosa que la opción de la competencia a la Cournot.

14) **Dos grandes cadenas de TV compiten por las cuotas de audiencia de 8:00 a 9:00 y de 9:00 a 10:00 de una determinada noche de la semana. Cada una tiene dos programas para este período de tiempo y ambas están probando cuál funciona mejor. Cada una puede optar por emitir su "mejor" programa a primera hora o más tarde, de 9:00 a 10:00. La combinación de decisiones lleva a los "puntos de audiencia" del cuadro de más abajo.**

a) **Halle los equilibrios de Nash de este juego, suponiendo que ambas cadenas toman sus decisiones simultáneamente;**

b) **Suponga que los directivos de las cadenas se reúnen para coordinar los horarios y América promete emitir su mejor programa primero. ¿Es creíble esta promesa y cuál sería el resultado probable?**

		Panamericana	
		Primera Hora	Segunda Hora
America	Primera Hora	18 / 18	23 / 20
	Segunda Hora	4 / 23	16 / 16

Si analizamos celda a celda de la matríz de pagos de este juego podemos encontrar el o los equilibrios a la Nash.

Primera Fila / Primera Columna: America tiene 18 puntos de rating y podría tener 4. En consecuencia escoge mantenerse en la primera hora. Panamericana tiene 18 puntos de rating y podría tener 20. Panamericana prefiere escoger la segunda hora. No es un equilibrio a la Nash.

Primera Fila / Segunda Columna: America tiene 23 puntos de rating y podría tener 16. En consecuencia escoge mantenerse en la primera hora. Panamericana tiene 20 puntos de rating y podría tener 18. Panamericana escoge mantenerse en la primera hora. Sí es un equilibrio a la Nash.

Segunda Fila / Primera Columna: America tiene 4 puntos de rating y podría tener 18. En consecuencia escoge la primera hora. Panamericana tiene 23 puntos de rating y podría tener 16. Panamericana escoge mantenerse en la segunda hora. No es un equilibrio a la Nash.

Segunda Fila / Segunda Columna: America tiene 16 puntos y podría tener 23 puntos. En consecuencia escoge la primera hora. Panamericana tiene 16 puntos y podría tener 23 puntos. Panamericana escoge la primera hora. No es un equilibrio a la Nash.

Solo existe un equilibrio a la Nash: America toma la primera hora y Panamericana la segunda hora para su mejor programa.

Si ambas empresas se ponen de acuerdo de tal manera que America lanza su mejor programa en la primera hora y Panamericana lanza su mejor programa en la segunda hora, el acuerdo sería estable porque coincide con el equilibrio a la Nash.

15) **Si la curva de demanda del mercado es P = 80 - Q/4; determine el punto de equilibrio y el efecto de aplicar un impuesto del 25% sobre el precio, si un conjunto de empresas competitivas cuya función de oferta es Q_C = P/10, compite con la empresa que actúa como líder (maximizadora de beneficios) y cuya función de costo total es CT = 40Q + Q^2.**

El equilibrio en este modelo parte de las decisiones de producción de la empresa líder. La empresa líder determina el nivel de producción y precio que maximizan su beneficio. Las empresas competitivas toman el precio de la empresa líder y determinan su nivel de producción. En consecuencia la producción del conjunto de empresas competitivas (Q_C) más la producción de la empresa líder (Q_L) debe ser igual a la demanda del mercado (Q).

$$Q = Q_C + Q_L \Rightarrow Q_L = Q - Q_C. \textit{ Como la función inversa de demanda del mercado es:}$$

$$P = 80 - \frac{Q}{4} \Rightarrow Q = 320 - 4P \Rightarrow Q_L = (320 - 4P) - (\frac{P}{10}) = 320 - \frac{41}{10}P \Rightarrow P_L = \frac{3200}{41} - \frac{10}{41}Q_L$$

es la función inversa de demanda de la empresa líder.

Ahora podemos hallar la función ingreso marginal de la empresa líder e igualarla con su función de costo marginal para encontrar el nivel de producción y precio maximizador de beneficios de la empresa líder.

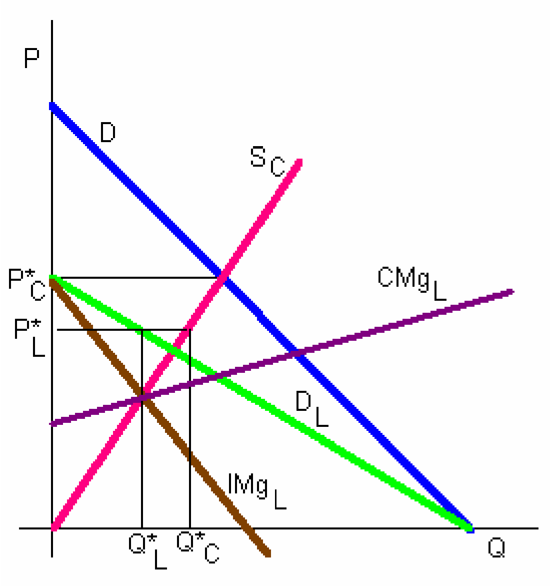
$$P_L = \frac{3200}{41} - \frac{10}{41}Q_L \Rightarrow IMg_L = \frac{3200}{41} - \frac{20}{41}Q_L \Rightarrow \frac{3200}{41} - \frac{20}{41}Q_L = 40 + 2Q_L$$

$$\Rightarrow Q_L{*} = 15.29 \Rightarrow P_L = \frac{3200}{41} - \frac{10}{41}15.29 \Rightarrow P_L{*} = 74.32$$

Ahora las empresas competidoras toman el precio de la empresa líder P_L = 74.32 y determinan su nivel de producción:

$$P_L{*} = 74.32 \Rightarrow Q_C{*} = \frac{74.32}{10} = 7.432 \Rightarrow Q = 15.29 + 7.432 = 22.72$$

El lector puede verificar que cuando la producción de equilibrio del mercado es 22.72, el precio correspondiente a la función de demanda del mercado P = 80 - Q/4 es 74.32.



En el grafico de la izquierda se pueden apreciar los resultados encontrados antes de la aplicación de impuestos.

Si no existiera la empresa líder el equilibrio del mercado se ubicaría en la intercepción entre la curva de la oferta competitiva y la curva de demanda del mercado.

En estos momentos, al precio del equilibrio competitivo, la demanda de la empresa líder es cero. Pero a partir de este precio para abajo la cantidad ofertada por las empresas competitivas es menor a la cantidad demandada por el mercado. Esta diferencia produce una escasez que representa la demanda de la empresa líder. Si el precio bajara hasta cero las empresas competitivas no producirían nada y la demanda del mercado sería igual a la demanda de la empresa líder.

En consecuencia la demanda de la empresa líder es una función lineal que se intercepta con el eje de precios al precio del equilibrio competitivo y con el eje de cantidades al precio cero.

Para esta función de demanda de la empresa líder hemos construido su respectiva función de ingreso marginal. Ahora igualamos la función de ingreso marginal de la empresa líder con su función de costo marginal. De esta manera encontramos el nivel de producción que maximiza el beneficio. Para este nivel de producción empleamos la función de demanda de la empresa líder para estimar el precio. Este precio es tomado por las empresas competidoras que lo igualan con su función de oferta para determinar su nivel de producción.

Observe que la función de demanda de la empresa líder no es una función de demanda quebrada. No se encuentra ningún quiebre a lo largo de su recorrido. Sin embargo este problema corresponde al modelo de demanda quebrada. ¿Por qué no tiene quiebre esta curva de demanda?

Supongamos que la función inversa de oferta competitiva no fuera $P = 10Q_C$ (recuerde que la función de oferta es $Q_C = P/10$), sino $P = 30 + 10Q_C$. En este caso la función de oferta no intercepta el eje de precios en el origen de coordenadas sino más arriba, al precio P = 30. Aprecie que si $Q_C = 0 \Rightarrow P = 30$ y la cantidad demandada por el mercado sería Q = 320 – 4*30 = 200. Al precio 30 la empresa líder tendría una demanda igual a la

demanda del mercado. A precios menores a 30 las empresas competitivas estarían fuera del mercado y toda la función de demanda del mercado sería función de demanda de la empresa líder.

En consecuencia, la función de demanda tendría un quiebre al nivel del precio P = 30 que es, a su vez, el precio mínimo para los empresarios competitivos. En el caso que analizamos como el precio mínimo de la oferta competitiva es cero a este precio aparece el quiebre de la demanda del líder, es decir, no hay quiebre.

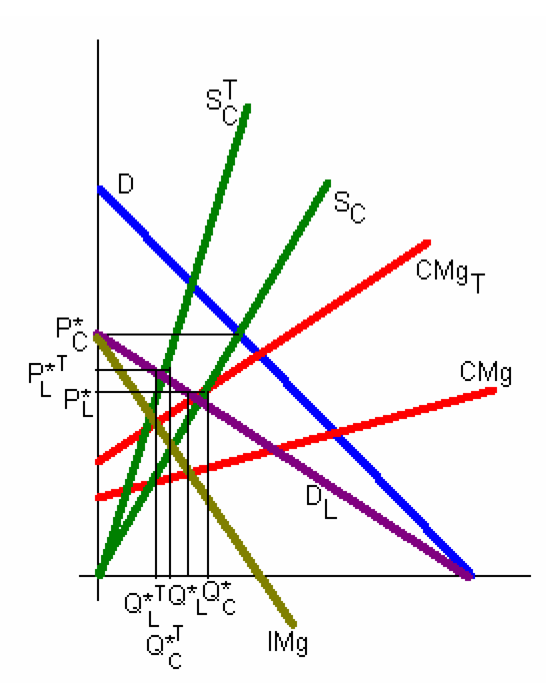
Pero ¿qué sucede si el gobierno aplica un impuesto ad valorem de 25%?

La función de oferta competitiva pasará de $P = 10Q_C$ a $P = 10Q_C(1.25)$➔ $P = 12.5Q_C$.
La función de costo marginal de la empresa líder pasará de $CMg = 40 + 2Q_L$ a $(40 + 2Q_L)(1.25)$➔ $CMg = 50 + 2.5Q_L$. Incorporemos estas nuevas funciones a nuestros cálculos para hallar el nuevo precio y cantidad de equilibrio:

$$IMg_L = \frac{3200}{41} - \frac{20}{41}Q_L = 50 + 2.5Q_L \Rightarrow Q_L{*} = 9.39 \Rightarrow P_L = \frac{3200}{41} - \frac{10}{41}9.39 \Rightarrow P_L{*} = 75.76$$

El impuesto ha desplazado la función de oferta, arriba a la izquierda y, como consecuencia, la empresa líder produce ahora menos y a un precio más alto. El precio del líder será tomado ahora por las empresas competitivas:

$$P_L{*} = 75.76 \Rightarrow Q_C{*} = \frac{75.76}{12.5} = 6.06 \Rightarrow Q = 9.39 + 6.06 = 15.45$$



El lector puede estimar el impacto de este impuesto sobre los beneficios de la empresa líder. Podrá verificar que los beneficios antes de la aplicación del impuesto eran 290.97 y luego de aplicarse los impuestos se reducen a 247.61.

El grafico de la izquierda muestra la situación y después de aplicado el impuesto ad valorem.

Observe cómo cambia la función de CMg de la empresa líder. El intercepto vertical se incrementa y también la pendiente. En el caso de la función de oferta competitiva solo se incrementa la pendiente. Por eso la demanda de la empresa líder sigue siendo una demanda sin quiebres.

La solución del modelo bajo impuestos sigue el mismo procedimiento que antes. Se iguala el ingreso marginal con el costo marginal, se determina la producción de la empresa líder. Con esta producción la empresa líder determina su precio de acuerdo con su función de demanda. Este precio es tomado por las empresas competitivas para determinar su producción.

¿Qué diferencias se pueden encontrar a este problema si en vez de un impuesto ad valorem se aplicara un impuesto específico? El lector podrá evaluar que en este caso la función de CMg y la función de oferta competitiva se desplazan verticalmente hacia arriba paralelas a sí mismas. En consecuencia la nueva curva de oferta competitiva ya no empezaría en el origen de coordenadas y la demanda de la empresa líder sería una demanda quebrada.

16) **Si la curva de demanda del mercado y la función de costo medio son respectivamente las siguientes: P = 102 –10Q, CMe = 4/Q + 2Q + 6, obtenga los valores de equilibrio en cada una de las siguientes alternativas:**
   a) **La empresa es un monopolio maximizador de beneficios.**
   b) **La empresa es líder en el mercado en la que participan un conjunto de diez empresas competitivas, cada una con la siguiente curva de costo total : CT = 1 + 4Q²**

$$CMe = \frac{4}{Q} + 2Q + 6 \Rightarrow CT = 4 + 2Q^2 + 6Q \Rightarrow CMg = 4Q + 6.$$

$$P = 102 - 10Q \Rightarrow IMg = 102 - 20Q \;\; y \;\; para \max imizar \; \pi :$$

$$102 - 20Q = 4Q + 6 \Rightarrow Q^* = 4 \quad y \;\; P^* = 102 - 10 * 4 = 62$$

Ahora asumimos que la empresa no es un monopolio sino una empresa líder en un mercado donde participan 10 empresas competitivas. Primero determinamos la función de oferta competitiva:

$$CT = 1 + 4Q^2 \Rightarrow CMg = 8Q \Rightarrow \; para\ cada\ una\ de\ las\ 10\ empresas.$$

**Conociendo la función de CMg de cada una de las empresas competitivas podemos obtener su respectiva función de oferta. En el corto plazo la función de oferta de las empresas es la función de costo marginal en su tramo creciente por encima del costo variable medio. Como la función CMg = 8Q es siempre creciente, siempre se encuentra sobre el costo variable medio. Observe que la función del CT es del tipo CT = CF + CV. Por tanto asumimos que nos encontramos en el corto plazo. La función inversa de oferta es: P = 8Q y la función de oferta
Q = P/8.**

Para hallar la función de oferta competitiva tenemos que sumar horizontalmente las funciones de oferta de cada una de las empresas.

$$Q = \frac{P}{8} \Rightarrow \sum_{1}^{10} Q_i = Q_C = \frac{10P}{8}$$

Ahora determinamos la solución para la empresa líder:

$Q = Q_C + Q_L \Rightarrow Q_L = Q - Q_C$. *Como la función inversa de demanda del mercado es*:

$$P = 102 - 10Q \Rightarrow Q = \frac{102}{10} - \frac{P}{10} \Rightarrow Q_L = (\frac{102}{10} - \frac{P}{10}) - (\frac{10P}{8}) \Rightarrow P_L = \frac{204}{27} - \frac{20}{27} Q_L$$

es la función inversa de demanda de la empresa líder.

$$P_L = \frac{204}{27} - \frac{20}{27} Q_L \Rightarrow IMg_L = \frac{204}{27} - \frac{40}{27} Q_L \Rightarrow \frac{204}{27} - \frac{40}{27} Q_L = 4Q_L + 6$$

$$\Rightarrow Q_L * = 0.28 \Rightarrow P_L = \frac{204}{27} - \frac{20}{27} 0.2838 \Rightarrow P_L * = 7.3453$$

Ahora las empresas competidoras toman el precio de la empresa líder y determinan su nivel de producción:

$$P_L * = 7.35 \Rightarrow Q_C * = \frac{10 * 7.3453}{8} = 9.1817 \Rightarrow Q = 0.2838 + 9.1817 = 9.4655$$

El equilibrio de la empresa líder se da al nivel de producción 0.2838 donde el IMg es igual al CMg. IMg(Q_L = 0.28) = 7.1351 = CMg_L(Q_L = 0.28).

17) **Si una empresa enfrenta la curva de demanda del mercado: P = 64 – 2Q; y posee costos totales resumidos por la función CT = 2Q ¿A cuánto ascenderán los valores de equilibrio si debe soportar la competencia de un conjunto de empresas competitivas en cada segmento cuyos costos unitarios se elevarían a 30.**

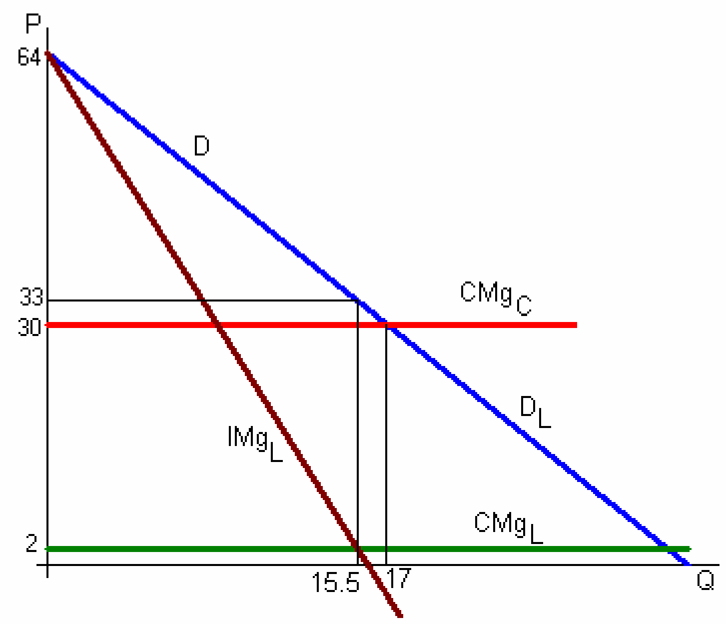
Si los costos unitarios de las empresas competitivas se elevan a 30, entonces CMe = 30 ➔
CT = 30Q ➔ CMg = 30 para cada una de las empresas competitivas en el mercado. Como el CMg es constante entonces la función de oferta de cada empresa competitiva es del tipo
P = 30 y la oferta competitiva del mercado es P = 30 (si una empresa puede producir lo que quiera al precio 30 todas las empresas también pueden producir lo que quieran al precio 30).

Como la función de costos de la empresa líder es CT_L = 2Q ➔ CMg_L = 2.

Esta empresa es líder en el mercado porque sus costos marginales son 15 veces menores que los de las empresas competitivas para cualquier nivel de producción.

Si la empresa líder no formara parte del mercado, el equilibrio será 64 – 2Q = 30 ➔
Q* = 17 y, naturalmente, P* = 30.

Pero para precios menores que 30 la oferta competitiva sería cero y la demanda del mercado sería igual a la demanda de la empresa líder: Q_L = 32 – P/2 (⇔ P < 30). En este caso la función de ingreso marginal de la empresa líder será: $IMg_L = 64 - 4Q_L$ (para niveles de producción mayores a 17 –que es el nivel de producción donde el precio de demanda es 30-).y para maximizar el beneficio: $64 - 4Q_L = 2$ ➔ $Q_L = 15.5$ ➔ $P_L = 64 - 2*15.5 = 33$.



Sin embargo a este precio no está definida la demanda de la empresa líder. En consecuencia si la empresa líder puede fijar un precio igual a 33 es porque se trata de un monopolio y se ha excluido a las empresas competitivas. Pero si las empresas competitivas existen, estas empezarán a vender al precio de 33 y terminarán con un precio de 30. No habría espacio para la empresa líder.

¿Qué pasa si la empresa líder fija un precio menor a 30?

En el grafico de la izquierda el lector puede descubrir que cuando Q = 16 (que es la mitad de 32, el intercepto de la función de demanda del mercado con el eje de cantidades), el ingreso marginal es cero. En consecuencia la empresa líder maximiza ventas cuando Q = 16. Pero si Q = 16 P es mayor a 30 (P = 64 – 2*16 = 32) y la empresa líder no tiene demanda. Si la empresa líder quiere operar en el mercado, debe hacerle sobre niveles de producción a la derecha de Q = 17. En estos niveles de producción el IMg es negativo pero el IT permanece positivo.

Como en el caso de la empresa líder CMg = CMe = 2, entonces la empresa puede obtener beneficios económicos siempre que opere sobre la curva de demanda del mercado donde
2 < P < 30.

A medida que baje más el precio el IT disminuirá por efecto del IMg negativo y el beneficio se irá reduciendo. En consecuencia el beneficio más alto posible en estas condiciones se obtiene al nivel del precio inmediatamente inferior a P = 30, es decir P = 29. La cantidad ofertada por los competidores a este precio es $Q_C = 0$ y la demanda para la empresa líder es 32 – 29/2 = 17.5 obteniéndose un beneficio de 17.5*29 – 2*17.5 = 472.5.

Podemos concluir que en un caso como este la empresa líder aprovecha su ventaja en costos fijando un precio que no es maximizador de beneficios pero que le permite alcanzar un alto beneficio en las circunstancias en que se ve obligado a actuar sobre el tramo de la curva de demanda donde su ingreso marginal es negativo.

18) **Dos empresas están en el mercado de chocolates. Cualquiera de las dos puede escoger entre producir un chocolate de alta como de baja calidad. Los beneficios resultantes se presentan en la matriz de pagos de la izquierda.**

		Empresa 2	
		Baja	Alta
Empresa 1	Baja	-20 / -30	900 / 600
	Alta	100 / 800	50 / 50

Encuentre las soluciones, si existen, bajo competencia y bajo colusión. Analice sus resultados.

Si la empresa 1 piensa que la empresa 2 va a producir un chocolate de baja calidad, escogerá producir uno de alta calidad. Si, al contrario, piensa que la empresa 2 va a producir un chocolate de alta calidad preferirá producir un chocolate de baja calidad.

Si la empresa 2 piensa que la empresa 1 va a producir un chocolate de baja calidad, escogerá producir uno de alta calidad. Si, al contrario, piensa que la empresa 1 va a producir un chocolate de alta calidad preferirá producir un chocolate de baja calidad.

En consecuencia ninguna de las empresas tiene una estrategia dominante. Analizando cada una de las combinaciones factibles en la matriz de pagos se encuentra que existen dos equilibrios a la Nash: (100 / 800) y (900 / 600). Cada una de las empresas buscará obtener el beneficio más alto posible, 900 en el caso de la empresa 1 y 800 en el caso de la empresa 2.

Si la empresa 1 emplea una estrategia mínimax preferirá producir con alta calidad pues sus resultados serán 50 o 100, mientras que si se decide por producir con baja calidad, sus resultados serán 900 o -20.

En el caso de la empresa 2 si emplea una estrategia mínimax preferirá producir con alta calidad pues sus resultados serán 50 o 600, mientras que si se decide por producir con baja calidad sus resultados serán 800 o -30.

Con la estrategia mínimax las empresas deciden producir con alta calidad y obtienen beneficios de 50 cada una. Este sería el resultado competitivo.

Dado este resultado las empresas aprecian que es mejor ponerse de acuerdo en dirección ha obtener mayores beneficios. Por ejemplo, la empresa 1 le puede proponer a la empresa 2 que se mantenga produciendo con alta calidad comprometiéndose ella misma ha producir con baja calidad. De esta manera el beneficio de la empresa 2 crecería 12 veces. La colusión es beneficiosa para ambas empresas.

Sin embargo la empresa 2 puede responderle a la empresa 1 que es mejor que se mantenga produciendo con alta calidad comprometiéndose ella misma ha producir con baja calidad. De esta manera el beneficio de la empresa 1 crecería 2 veces.

Observa que cualquiera de las propuestas de colusión conduce al equilibrio a la Nash. Como la propuesta de la empresa 1 implica un beneficio conjunto más alto (900+ 600 = 1500) la empresa 2 aceptará el acuerdo de la empresa 1 si la distribución del beneficio conjunto logra cubrir su costo de oportunidad. Como la empresa 2 espera 800 como beneficio máximo, bastará que la empresa 1 ceda 200 de sus 900 para que la propuesta de colusión de la empresa 1 sea viable. De esta manera la empresa 2 obtendría 800 en vez de 50 y la empresa 1 700 en vez de 50.

19) **Observe la Matríz de Pagos de la izquierda que corresponde a dos empresas frente a realizar o no publicidad. Analice y proponga la mejor estrategia de solución.**

		Empresa 2	
		Publicidad	No Public.
Empresa 1	Publicidad	10 / 5	15 / 0
	No Public.	6 / 8	10 / 2

Si la empresa 1 piensa que la empresa 2 decide hacer publicidad entonces su mejor reacción es hacer publicidad. Si la empresa 1 piensa que la empresa 2 decide no hacer publicidad, entonces su mejor reacción es hacer publicidad. Por lo tanto para la empresa 1 hacer publicidad es una estrategia dominante.

Si la empresa 2 sabe que la empresa 1 va a hacer publicidad su mejor reacción es hacer publicidad. En consecuencia la solución al juego es que ambas empresas hacen publicidad. Observe que este resultado es un equilibrio a la Nash pues cada empresa prefiere mantener su estrategia a optar por una diferente donde obtiene menores o nulos beneficios.

		Empresa 2	
		Publicidad	No Public.
Empresa 1	Publicidad	10 / 5	15 / 0
	No Public.	6 / 8	20 / 2

20) **Suponga que la Matríz de Pagos del problema anterior cambia como se aprecia en el cuadro de la izquierda. ¿Cuál sería ahora la mejor estrategia de solución?**

Si la empresa 1 piensa que la empresa 2 decide hacer publicidad, entonces su mejor reacción es hacer publicidad. Si la empresa 1 piensa que la empresa 2 decide no hacer publicidad, entonces su mejor reacción es no hacer publicidad.

Si la empresa 2 piensa que la empresa 1 decide hacer publicidad, entonces su mejor reacción es hacer publicidad. Si la empresa 2 piensa que la empresa 1 decide no hacer publicidad, entonces su mejor reacción

es hacer publicidad. Por lo tanto, hacer publicidad es una estrategia dominante para la empresa 2.

Si la empresa 1 sabe que la empresa 2 va a hacer publicidad, entonces su mejor respuesta es hacer publicidad. La solución del juego sigue siendo la misma. La combinación estratégica es que cada empresa hace publicidad y el resultado es un equilibrio a la Nash.

		Empresa 2	
		Publicidad	No Public.
Empresa 1	Publicidad	-5 / -5	10 / 10
	No Public.	10 / 10	-5 / -5

21) **Suponga que se produce otro cambio de la Matríz de Pagos como se aprecia en el cuadro a la izquierda. ¿Cuál sería ahora la mejor estrategia de solución?**

Si la empresa 1 piensa que la empresa 2 decide hacer publicidad, entonces su mejor reacción es no hacer publicidad. Si la empresa 1 piensa que la empresa 2 decide no hacer publicidad, entonces su mejor reacción es hacer publicidad.

Si la empresa 2 piensa que la empresa 1 decide hacer publicidad, entonces su mejor reacción es no hacer publicidad. Si la empresa 2 piensa que la empresa 1 decide no hacer publicidad, entonces su mejor reacción es hacer publicidad.

En consecuencia las empresas no tienen estrategias dominantes.

Si la empresa 1 decide hacer publicidad sus resultados serían -5 o 10. Si la empresa 1 decide no hacer publicidad sus resultados serían -5 o 10.

Si la empresa 2 decide hacer publicidad sus resultados serían -5 o 10. Si la empresa 2 decide no hacer publicidad sus resultados serían -5 o 10.

En consecuencia no hay estrategias dominantes y no existen estrategias maximin. Sin embargo analizando cada celda de la matriz de pagos se observan dos equilibrios a la Nash. Las combinaciones estratégicas No Publicidad / Publicidad y Publicidad / No Publicidad. En la medida que los beneficios ha obtener son los mismos se puede llegar a la solución a la Nash por colusión. Una de las empresas hace publicidad y la otra no la hace. El beneficio conjunto es el máximo posible.

22) **Dos empresas compiten eligiendo el precio. Sus funciones de demanda son:**
$Q_1 = 20 - P_1 + P_2$, y, $Q_2 = 20 + P_1 - P_2$. Donde P_1 y P_2 son los precios que cobra cada empresa, respectivamente, y Q_1, Q_2 son las demandas resultantes (obsérvese que la demanda de cada bien sólo depende de la diferencia de precios; si las dos empresas coludieran y fijaran el mismo precio, podrían subirlo todo lo que quisieran y obtendrían unos beneficios infinitos). Los costos marginales son nulos.

a) **Suponga que las dos empresas fijan sus precios al mismo tiempo. Halle el equilibrio a la Nash resultante. ¿Qué precio cobrará cada empresa, cuánto venderá y cuántos beneficios obtendrá?**
b) **Suponga que la primera empresa que fija su precio es la 1 y a continuación la 2. ¿Qué precio cobrará cada empresa, cuánto venderá y cuántos beneficios obtendrá?**
c) **Suponga que usted es una de estas empresas y que puede jugar el juego de tres formas: i. Las dos empresas fijan el precio al mismo tiempo, ii. Usted es la primera en fijar el precio, iii. Su competidora es la primera en fijarlo. Si usted pudiera elegir entre estas tres opciones, ¿cuál preferiría? Explique ¿por qué?**

Si las empresas coludieran, $P_1 = P_2$ ➔ $Q_1 = 20$ y $Q_2 = 20$ serían las funciones de demanda. Éstas son perfectamente inelásticas por lo que las empresas pueden cobrar el precio que quieren.

Para encontrar el equilibrio a la Nash (o a la Nash-Cournot) vamos a construir la función beneficio de cada duopolista y luego aplicar las CPO (condiciones de primer orden). Como los costos marginales son nulos no existen costos variables. En la medida que no se tiene información de costos fijos asumiremos que el ingreso total es una buena aproximación de la función beneficio. (El ingreso total es igual al beneficio variable de la empresa. Neto de costos fijos se obtiene el beneficio total).

$$\pi_1 = (20 - P_1 + P_2)P_1 = 20P_1 - P_1^2 + P_1P_2, \textit{ aplicando las CPO}: \frac{\partial \pi}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow$$

$$20 - 2P_1 + P_2 = 0 \Rightarrow P_1 = 10 + \frac{P_2}{2} \textit{ que es la función de reacción de la empresa } 1.$$

$$\pi_2 = (20 - P_2 + P_1)P_2 = 20P_2 - P_2^2 + P_1P_2, \textit{ aplicando las CPO}: \frac{\partial \pi}{\partial P_2} = 0 \Rightarrow$$

$$20 - 2P_2 + P_1 = 0 \Rightarrow P_2 = 10 + \frac{P_1}{2} \textit{ que es la función de reacción de la empresa } 2$$

$$\mathrm{Re}\,\textit{solviendo este sistema de ecuaciones}:$$

$$P_1 = 20 = P_2 \Rightarrow Q_1 = 20 - 20 + 20 = 20 = Q_2 \Rightarrow \pi_1 = 20 * 20 = 400 = \pi_2 \Rightarrow \pi = 800$$

Ahora asumimos que la empresa 1 fija su precio primero y luego lo hace la empresa 2. Trabajaremos con la función de beneficio de la empresa 1 y tomaremos la producción de la empresa 2 en esta función como su función de reacción en términos de la producción de la empresa 1. Luego procederemos a maximizar la función beneficio.

$$\pi_1 = (20 - P_1 + P_2)P_1 = 20P_1 - P_1^2 + P_1P_2,\ pero\ P_2 = 10 + \frac{P_1}{2} \Rightarrow$$

$$20P_1 - P_1^2 + P_1(10 + \frac{P_1}{2})\ ahora\ aplicamos\ las\ CPO: \quad \frac{\partial \pi_1}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow$$

$$P_1 = 30\ y\ P_2 = 10 + \frac{30}{2} = 25 \Rightarrow Q_1 = 20 - 30 + 25 = 15; Q_2 = 20 - 25 + 30 = 25$$

$$\pi_1 = 30 * 15 = 450; \pi_2 = 25 * 25 = 625 \Rightarrow \pi = 450 + 625 = 1075$$

Ahora supongamos que la empresa 2 fija su precio primero:

$$\pi_2 = (20 - P_2 + P_1)P_2 = 20P_2 - P_2^2 + P_1P_2,\ pero\ P_1 = 10 + \frac{P_2}{2} \Rightarrow$$

$$20P_2 - P_2^2 + P_2(10 + \frac{P_2}{2})\ ahora\ aplicamos\ las\ CPO: \quad \frac{\partial \pi_1}{\partial P_2} = 0 \Rightarrow$$

$$P_2 = 30\ y\ P_1 = 10 + \frac{30}{2} = 25 \Rightarrow Q_2 = 20 - 30 + 25 = 15; Q_1 = 20 - 25 + 30 = 25$$

$$\pi_2 = 30 * 15 = 450; \pi_1 = 25 * 25 = 625 \Rightarrow \pi = 450 + 625 = 1075$$

Podemos resumir los resultados anteriores:

$$Cournot: P_1 = 20; P_2 = 20; Q_1 = 20; Q_2 = 20; \pi_1 = 400; \pi_2 = 400;$$
$$Stackelberg(1): P_1 = 25; P_2 = 30; Q_1 = 25; Q_2 = 15; \pi_1 = 625; \pi_2 = 450;$$
$$Stackelberg(2): P_1 = 30; P_2 = 25; Q_1 = 15; Q_2 = 25; \pi_1 = 450; \pi_2 = 625;$$

En base a estos resultados podemos construir la siguiente matriz de pagos:

		2		
		Cournot	Líder a la Stackelberg	Seguidor a la Stackelberg
1	Cournot	400 / 400	500 / 375	600 / 300
	Líder a la Stackelberg	375 / 500	500 / 500	625 / 450
	Seguidor a la Stackelberg	300 / 600	450 / 625	600 / 600

Los beneficios de la combinación Cournot / Cournot y Stackelberg líder / Stackelberg seguidor y Stackelberg seguidor / Stackelberg líder se han tomado directamente de los cálculos realizados más arriba. En el caso de las otras combinaciones se han tomado los precios correspondientes para cada empresa y calculado los beneficios resultantes. Por ejemplo la combinación Seguidor a la Stackelberg / Seguidor a la Stackelberg se obtiene fijando el precio de 30 a cada empresa.

Debe tenerse en cuenta que los nombres de cada combinación en esta matríz de pagos no tiene ningún significado salvo en los casos que representan a los modelos. Esto es el modelo Cournot y el modelo Stackelberg. El resto de combinaciones deben considerarse como los resultados a obtener si las empresas fijan un cierto precio para sus

productos. Tenga en cuenta que esta fijación de precios no es resultado de una conducta maximizadota de beneficios.

Se puede apreciar que existen dos equilibrios a la Nash: las combinaciones Cournot / Cournot y líder a la Stackelberg / líder a la Stackelberg. Pero la combinación Seguidor a la Stackelberg / Seguidor a la Stackelberg es la que presenta mayores beneficios. Esta opción podría alcanzarse mediante colusión pero su resultado sería inestable, pues cada empresa buscaría obtener un beneficio más alto (625) haciendo trampa. Por lo tanto la mejor alternativa sería la combinación Líder a la Stackelberg / Líder a la Stackelberg que se puede alcanzar vía colusión. Observe que en este caso la colusión es estable porque esta combinación es un equilibrio a la Nash.

23) **Considere un duopolio con la siguiente función inversa de demanda: P = 400 – 2Q, donde Q es la cantidad total producida por las dos empresas. La empresa 1 tiene un costo marginal de 100 y la empresa 2 tiene un costo marginal de 40. Calcula las cantidades a la Cournot. Calcule el precio de equilibrio. Calcule el beneficio de cada empresa.**

$$P = 400 - 2Q \Rightarrow P = 400 - 2Q_1 - 2Q_2 \Rightarrow IT_1 = (400 - 2Q_1 - 2Q_2)Q_1 = 400Q_1 - 2Q_1^2 - 2Q_1Q_2 \Rightarrow$$

$$IMg_1 = 400 - 4Q_1 - 2Q_2 = CMg_1 = 100 \Rightarrow Q_1 = 75 - \frac{Q_2}{2}.$$

$$IT_2 = (400 - 2Q_1 - 2Q_2)Q_2 = 400Q_2 - 2Q_2^2 - 2Q_1Q_2 \Rightarrow$$

$$IMg_2 = 400 - 4Q_2 - 2Q_1 = CMg_2 = 40 \Rightarrow Q_2 = 90 - \frac{Q_1}{2}. \text{ Re}\textit{solviendo las funciones de reacción}:$$

$$Q_1{*} = 40; Q_2{*} = 70 \Rightarrow Q = 110 \Rightarrow P{*} = 400 - 2*110 = 180.$$

$$\pi_1 = 180*40 - 100*40 = 3200; \pi_2 = 180*70 - 40*70 = 9800 \Rightarrow \pi = 13000.$$

Recuerde que el beneficio que se ha calculado es el beneficio variable (ingresos totales menos costos variables, puesto que no se tiene información completa de la función de costo total).

24) **Considere ahora un duopolio que enfrenta una curva de demanda lineal, con un intercepto vertical igual a 150 y un intercepto horizontal igual a 300. Suponga que el costo marginal para ambas empresas es 60. Dibuje las funciones de reacción y calcule el precio y las cantidades de equilibrio.**

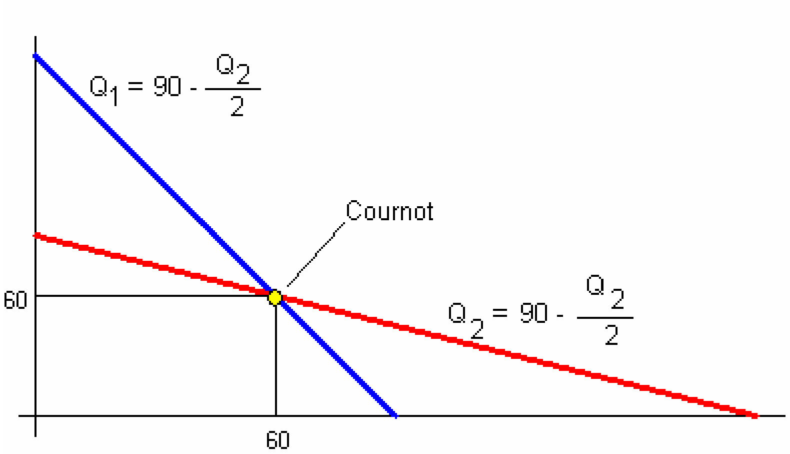
Si la función de demanda del mercado es lineal, entonces es del tipo: P = A – bQ. Donde A es el intercepto vertical (A = 150). Como el intercepto horizontal es 300, entonces cuando P = 0,
Q = 300 ➔ Q = A/b =300 ➔ b = ½. Entonces P = 150 – Q/2.

$$P = 150 - \frac{Q}{2} \Rightarrow P = 150 - \frac{Q_1}{2} - \frac{Q_2}{2} \Rightarrow IT_1 = (150 - \frac{Q_1}{2} - \frac{Q_2}{2})Q_1 = 150Q_1 - \frac{Q_1{}^2}{2} - \frac{Q_1Q_2}{2} \Rightarrow$$

$$IMg_1 = 150 - Q_1 - \frac{Q_2}{2} = CMg_1 = 60 \Rightarrow Q_1 = 90 - \frac{Q_2}{2}. \textit{Como las empresas tienen iguales costos marginales:}$$

$$Q_2 = 90 - \frac{Q_1}{2}. \text{Re}\textit{solviendo tenemos}: Q_1{}^* = 60; Q_2{}^* = 60 \Rightarrow Q = 120 \Rightarrow P^* = 150 - \frac{120}{2} = 90.$$

$$\pi_1 = 90*60 - 60*60 = 1800 = \pi_2 \Rightarrow \pi = 3600.$$



25) Ud. acaba de recibir uno de los dos únicos permisos para construir viviendas para familias de bajos ingresos en Oquendo, en el Callao y tiene que decidir cuántas viviendas construir. La curva de demanda por viviendas de este tipo es lineal, con un intercepto vertical de 60 y un intercepto horizontal de 300. El costo marginal es 30. La persona que ha recibido el otro permiso es un monomaníaco. El dice “Yo voy a actuar como un monopolista, construiré la cantidad que maximiza mi beneficio asumiendo que yo tengo el único permiso. Yo siempre actuaré como un monopolista no importa cuánto me cueste esto”. ¿Cuántas viviendas construirá el monomaníaco? Asumiendo que Ud. le cree al monomaníaco, ¿cuántas viviendas debe construir? ¿Cómo se compara el equilibrio del monomaníaco con el equilibrio a la Cournot? ¿El monomaníaco incrementa o disminuye su beneficio actuando como un monopolista?

**Si la curva de demanda del mercado es lineal, entonces es del tipo: P = A – bQ. Donde A es el intercepto vertical (A = 60). Como el intercepto horizontal es 300, entonces cuando P = 0,
Q = 300 ➔ Q = A/b =300 ➔ b = 1/5. Entonces P = 60 – Q/5. El comportamiento maximizador de beneficios del duopolista depende del nivel de producción de su competidor. Este comportamiento se refleja en su función de reacción.**

$$P = 60 - \frac{Q}{5} \Rightarrow P = 60 - \frac{Q_1}{5} - \frac{Q_2}{5} \Rightarrow IT_1 = (60 - \frac{Q_1}{5} - \frac{Q_2}{5})Q_1 = 60Q_1 - \frac{Q_1^{\ 2}}{5} - \frac{Q_1 Q_2}{5} \Rightarrow$$

$$IMg_1 = 60 - \frac{2}{5}Q_1 - \frac{Q_2}{5} = CMg_1 = 30 \Rightarrow Q_1 = 75 - \frac{Q_2}{2}. Como\ las\ empresas\ tienen\ iguales\ \cos tos\ m \arg inales:$$

$$Q_2 = 75 - \frac{Q_2}{2}.$$

Si el monomaníaco asume el comportamiento de un monopolista, $Q_1 = 0$, entonces la producción que maximiza el beneficio de acuerdo con su función de reacción es: $Q_2 = 75 - \frac{0}{2} = 75.$ **Ahora si sabemos que el monomaníaco va a producir 75 unidades nuestra producción que maximiza beneficios de acuerdo con nuestra función de reacción será:**

$Q_1 = 75 - \frac{75}{2} = 37.5.$ **Conociendo la producción de cada uno podemos determinar el precio y los beneficios a obtener:**

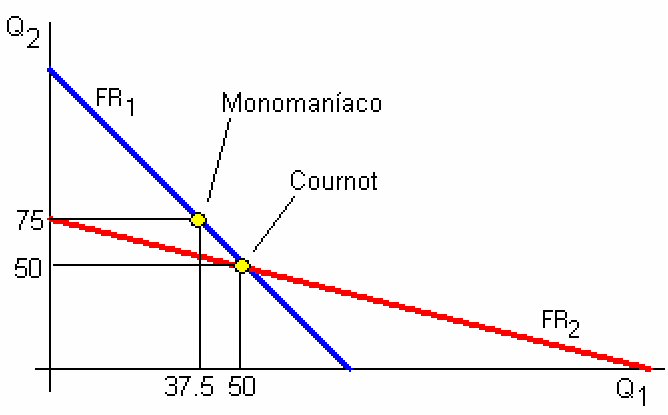
$$Q_1 = 37.5; Q_2 = 75 \Rightarrow Q = 112.5 \Rightarrow P = 60 - \frac{112.5}{5} = 37.5.$$
$$\pi_1 = 37.5 * 37.5 - 30 * 37.5 = 281.25$$
$$\pi_2 = 37.5 * 70 - 30 * 70 = 525 \Rightarrow \pi = 806.25$$

Si por el contrario, el monomaníaco actuara de manera competitiva, asumiendo la existencia de un competidor, se obtendrían los siguientes resultados:

$$Q_1 = 75 - \frac{Q_2}{2} \quad y \quad Q_2 = 75 - \frac{Q_1}{2} \Rightarrow Q_1{*} = Q_2{*} = 50 \Rightarrow Q{*} = 100 \Rightarrow P{*} = 60 - \frac{100}{5} = 40$$
$$\pi_1 = 40 * 50 - 30 * 50 = 500 \quad y \quad \pi_2 = 40 * 50 - 30 * 50 = 500 \Rightarrow \pi = 1000.$$

Se puede apreciar que el beneficio a la Cournot de este mercado asciende a 1000 mientras que el beneficio cuando el monomaníaco se comporta como un monopolista cuando hay un competidor en el mercado asciende solo a 806.25. Sin embargo, a pesar que el beneficio del mercado es menor, el beneficio del monomaníaco es mayor que si actuara competitivamente.

Sin embargo el comportamiento del monomaníaco no significa que el mercado se encuentre en equilibrio. Observe el grafico de más abajo. La conducta del monomaníaco provoca que la empresa 1 se encuentre sobre su función de reacción en la combinación (37.5, 75). Pero esta combinación no corresponde a ninguna combinación sobre la función de reacción de la empresa 2. Recuerde que el punto de partida es el comportamiento monopólico del monomaníaco, Q_2 = 75. Si el monomaníaco produce 75 como un monopolista es porque espera obtener beneficios de monopolista. Es decir, si Q_2 = 75 y Q_1 = 0 ➔ P = 60 – 75/5 = 45. El beneficio esperado es 45*75-30*75 = 1125.



Sin embargo si $Q_2 = 75$ entonces nuestra mejor respuesta es $Q_1 = 37.5$ y el beneficio del monomaníaco cae a 525. Ahora si el monomaníaco curara su enfermedad y se comportara como un maximizador de beneficios, ¿qué tendría que hacer si su competidor produce 37.5? Pues producir $Q_2 = 75 - 37.5/2 = 56.25$. Nosotros responderíamos de acuerdo con nuestra función de reacción, etc., hasta que encontramos el nivel de producción $Q_1 = 75 = Q_2$ que es una combinación que se encuentran en ambas funciones de reacción. Es la solución a la Cournot.

El grafico muestra que la actitud del monomaníaco nos ubica en una combinación arriba a la izquierda de la combinación que es el equilibrio a la Cournot. Si el monomaníaco abandonara su comportamiento por uno maximizador de beneficios se movería hacia su función de reacción a una combinación más abajo. Nosotros nos moveríamos más a la derecha, etc., hasta alcanzar la solución a la Cournot.

26) **La Compañía Aérea Aero Continente y LAN Perú compiten como duopolistas en la ruta Lima Cuzco Lima. Los pasajeros consideran que el servicio de estas empresas es idéntico. La curva de demanda del mercado está dada por: $Q = 339 - P$, donde Q son miles de pasajeros por trimestre y P es el precio en dólares. Los costos totales para cada aerolínea son: $CT_i = 147Q_i$, para i = Aero Continente o LAN Perú. Determine las cantidades y precios que maximizan el beneficio de estas empresas. Halle el beneficio de cada empresa.**

a) **Considere ahora que la empresa Aero Continente es un líder a la Stackelberg. Determine el precio, la producción y el beneficio para cada una de las empresas.**
b) **Determine el equilibrio a la Bertrand-Nash (halle el precio, la producción de Aero Continente y de LAN Perú, el beneficio para Aero Continente y para LAN Perú).**
c) **Ahora suponga que las Aerolíneas forman un cartel donde cada una tiene la misma importancia. Determine Q, P y el beneficio óptimos.**
d) **Ahora obtenga la demanda residual que enfrenta la empresa Aero Continente dado que la empresa LAN Chile produce la mitad de la producción del Cartel como se estimó en la pregunta anterior. Emplee esta demanda residual para mostrar que la empresa Aero Continente tiene incentivos para hacer trampa en el Cartel. Estime el nivel de producción y beneficio para Aero Continente suponiendo que decide hacer trampa.**
e) **Compare los resultados obtenidos en las preguntas anteriores. Grafique las funciones de reacción y muestre los puntos de**

equilibrio a la Cournot, a la Stackelberg, a la Bertrand y el equilibrio de colusión. También muestre la solución asumiendo que la empresa LAN Perú produce la mitad de la producción del Cartel y que la empresa Aero Continente maximiza su beneficio dado que LAN Perú produce la mitad de la producción del Cartel.

f) **Un medio alternativo de evaluar las diferentes soluciones que aquí se han trabajado es a través de la comparación de los beneficios que obtienen estas dos empresas. Grafique una Frontera de Posibilidades de Beneficio midiendo el beneficio de Aero Continente en el eje vertical y el beneficio de LAN Perú en el eje horizontal. El intercepto con el eje vertical es el beneficio de Aero Continente cuando actúa como monopolista. El intercepto con el eje horizontal es el beneficio de LAN Perú cuando actúa como monopolista. Si los resultados encontrados a las preguntas anteriores son correctos, el beneficio del cartel debe encontrarse en el punto medio de la recta que conecta estos dos interceptos. Ahora grafique los beneficios encontrados en las preguntas anteriores.**

g) **Ud. ha obtenido cinco posibles soluciones para este mercado. Ordene estos resultados en términos del excedente del consumidor. Para hacer esto basta con calcular el excedente del consumidor para cada una de las soluciones. Sin embargo no sería necesario ningún cálculo si Ud. confía en la lógica de los resultados obtenidos para cada solución.**

Como Q = 339 – P➔ P = 339 – Q. Podemos ahora hallar las funciones de reacción de cada duopolista y la solución a la Cournot:

$$P = 339 - Q \Rightarrow P = 339 - Q_1 - Q_2 \Rightarrow IT_1 = (339 - Q_1 - Q_2)Q_1 = 339Q_1 - Q_1^{\ 2} - Q_1Q_2 \Rightarrow$$

$$IMg_1 = 339 - 2Q_1 - Q_2 = CMg_1 = 147 \Rightarrow Q_1 = 96 - \frac{Q_2}{2}.\ Como\ las\ empresas\ tienen\ iguales\ \cos tos\ m\arg inales:$$

$$Q_2 = 96 - \frac{Q_1}{2} \Rightarrow Q_1{}^* = 64 = Q_2{}^* \Rightarrow Q = 128 \Rightarrow P = 339 - 128 = 211.$$

$$\pi_1 = 211*64 - 147*64 = 4096 = \pi_2 \Rightarrow \pi = 8192.$$

Si Aero Continente es un líder a la Stackelberg decide primero el nivel de producción que maximiza su beneficio. Este nivel de producción toma en cuenta el nivel de producción de su competidor el que se describe en su función de reacción.

$$IT_1 = (339 - Q_1 - Q_2)Q_1 = 339Q_1 - Q_1^{\ 2} - Q_1Q_2, \quad pero \quad Q_2 = 96 - \frac{Q_1}{2} \Rightarrow$$

$$IT_1 = 339Q_1 - Q_1^{\ 2} - Q_1(96 - \frac{Q_1}{2}) \Rightarrow IMg_1 = 243 - Q_1 = CMg_1 = 147 \Rightarrow Q_1 = 96$$

$$Q_2 = 96 - \frac{96}{2} \Rightarrow Q_2{}^* = 48 \Rightarrow Q = 96 + 48 = 144 \Rightarrow P = 339 - 144 = 195.$$

$$\pi_1 = 195*96 - 147*96 = 4608; \quad \pi_2 = 195*48 - 147*48 = 2304 \Rightarrow \pi = 4608 + 2304 = 6912.$$

Se aprecia que en la solución a la Stackelberg el beneficio de Aero Contienente es mayor aunque el beneficio conjunto del mercado es

menor que bajo la solución a la Cournot. Esto porque la producción en el mercado es 144 en vez de 128 y el precio tiene que disminuir desde 211 hasta 195.

Si ahora las empresas compiten en precios el equilibrio Bertrand-Nash será el equilibrio competitivo. ¿Por qué?

Cada empresa busca dominar todo el mercado. Como los pasajeros estiman que el servicio es idéntico demandarán pasajes a la empresa que los venda a menor precio. Si una empresa baja su precio se apodera de todo el mercado y actúa como un monopolista. Pero la reacción de su competidor no se dejará esperar. El competidor baja el precio y se apodera de todo el mercado actuando como un monopolista. Esta “guerra de precios” continuará hasta que el precio baje al nivel del costo marginal. (Tenga en cuenta en este caso que el CMg = CMe; en consecuencia el precio bajará hasta el CMe).

$$P = 339 - Q = CMg = 147 \Rightarrow Q = 192 = 96 + 96 \Rightarrow \pi_1 = \pi_2 = 0 \Rightarrow \pi = 0.$$

Como cada empresa sabe que su límite en la guerra de precios es fijar el precio al nivel del costo marginal, la producción conjunta queda determinada enteramente por el mercado. Cuando asumimos que $Q_1 + Q_2 = 96 + 96 = 192$ lo hacemos pensando que la competitividad entre las empresas los llevará a tomar como máximo la mitad del mercado. Sin embargo, estrictamente la producción del mercado es de tal naturaleza que cuando P = CMg = 147 entonces $Q_1 + Q_2 = 192$.

Si en vez de competir en precios o en cantidades, como a la Bertrand-Nash o a la Cournot, las empresas deciden establecer un cartel entonces:

$$P = 339 - Q \Rightarrow IT = (339 - Q)Q = 339Q - Q^2 \Rightarrow IMg = 339 - 2Q = CMg = 147 \Rightarrow Q^* = 96$$
$$\Rightarrow P = 339 - 96 = 243.$$
$$\pi = 243*96 - 147*96 = 9216 \Rightarrow \pi_1 = 4608 = \pi_2.$$

Observe que nuevamente asumimos que el beneficio se distribuye por igual. En la medida que las empresas tienen las mismas funciones de costos y se ponen de acuerdo para controlar el mercado mediante un cartel, a cada uno le corresponderá la mitad del mercado. Estrictamente hablando el cartel debe producir 96 unidades que se distribuyen entre los miembros del cartel de tal manera que: $Q_1 + Q_2 = 96$.

La función $Q_1 + Q_2 = 96$ se conoce la curva de contrato. Es el locus geométrico de todas las combinaciones Q_1,Q_2 que permiten obtener la producción de 96 unidades que maximiza el beneficio del cartel.

Ahora bien, si ambas empresas han decidido establecer un cartel, se trata de conocer si cada una de ellas tiene incentivos para no cumplir con la cuota de producción del cartel. El cartel maximiza beneficios conjuntos en el mercado si la producción conjunta es de 96 unidades. Para

conseguir esto se asume que cada empresa, en la medida que tiene los mismos costos, producirá 48 unidades cada una.

Si Aero Continente sabe que Lan Perú va a producir 48 unidades cumpliendo su compromiso con el Cartel, la demanda residual del mercado será:

$Q = 339 - P \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 339 - P \Rightarrow Q_1 = 339 - Q_2 - P \Rightarrow Q_1 = 339 - 48 - P \Rightarrow Q_1 = 291 - P$. Esta es la demanda residual de Aero Continente cuando Lan Perú está produciendo 48 unidades. Ahora bien, como $Q_1 = 291 - P \Rightarrow P = 291 - Q_1 \Rightarrow IT_1 = 291Q_1 - Q_1^2 \Rightarrow$
$IMg_1 = 291 - 2Q_1$. Ahora, si Aero Continente quiere maximizar el beneficio:

$$IMg_1 = 291 - 2Q_1 = CMg_1 = 147 \Rightarrow Q_1{}^* = 72 \Rightarrow Q = 72 + 48 = 120 \Rightarrow P = 219.$$
$$\pi_1 = 219 * 72 - 147 * 72 = 5184. \quad \pi_2 = 219 * 48 - 147 * 48 = 3456 \Rightarrow \pi = 8640.$$

Observe que si Aero Continente y Lan Perú respetan las cuotas de producción establecidas por el Cartel, cada una obtiene un beneficio de 4608. Sin embargo si Aero Continente asume que Lan Perú va a respetar el acuerdo del Cartel entonces encuentra que es más beneficioso que ella no lo respete. Así si Lan Perú produce 48 unidades entonces lo mejor para Aero Continente es producir 72 unidades. De esta manera en vez de obtener 4608 en beneficios alcanzaría los 5184 y Lan Perú bajaría sus beneficios hasta obtener únicamente 3456.

Los resultados encontrados hasta aquí se resumen en el grafico de la página siguiente.

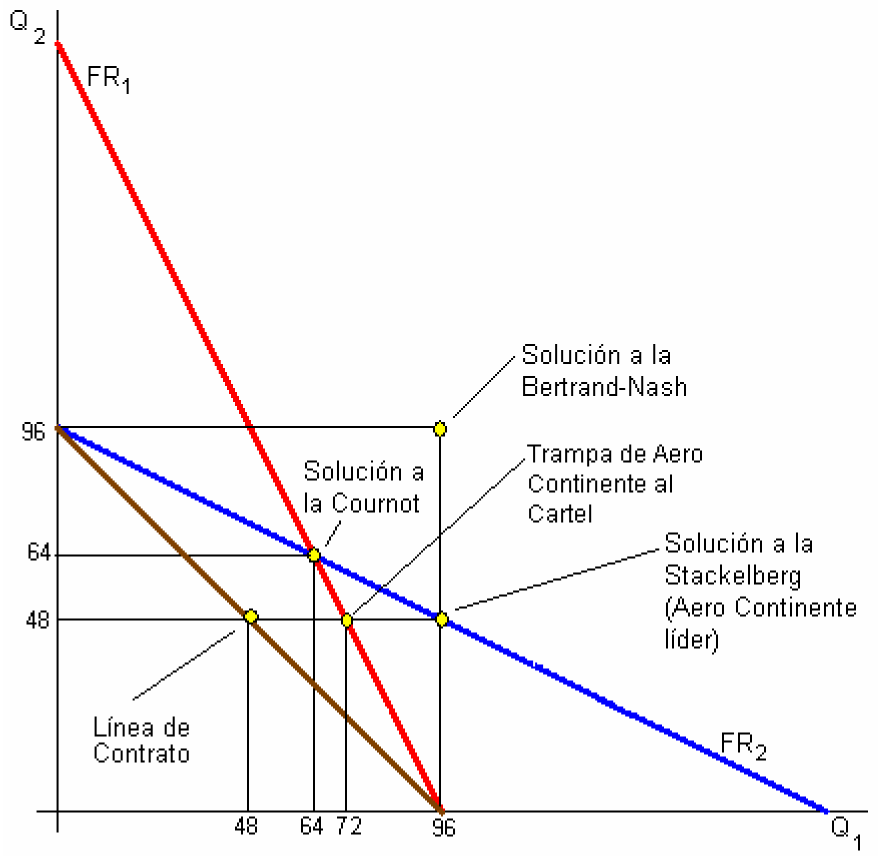
Observe que en la solución bajo Cartel se ha marcado la combinación (48, 48) como la combinación más probable para maximizar el beneficio. Sin embargo, estrictamente hablando la solución bajo cartel se encuentra en cualquiera de las combinaciones sobre la línea de contrato.

El beneficio alcanzado por el cartel es el más alto de todas las otras soluciones encontradas. La solución a la Cournot, como era de esperar, se encuentra en la intersección de las funciones de reacción de los duopolistas. Aquí se alcanza un beneficio conjunto menor que en el caso de la solución bajo colusión.

Ahora observe la solución a la Bertrand. Es equivalente a la solución bajo competencia. El beneficio de cada duopolista es cero. Cuando nos movemos desde la combinación bajo cartel hasta la combinación a la Bertrand, la producción del mercado se incrementa y el beneficio disminuye.

En el grafico también se observa la solución a la Stackelberg. Esta combinación reposa sobre la curva de reacción de la empresa Lan Perú. Si Aero Continente actúa primero decide producir 96 unidades y la mejor respuesta de Lan Perú es producir 48 unidades.

En el caso de la trampa al cartel por parte de Aero Continente, la combinación resultante descansa sobre su función de reacción. Si Aero Continente asume que Lan Perú producirá 48 unidades, su mejor respuesta será producir 72 unidades.



Si ahora ubicamos las cinco combinaciones de producción encontradas, sobre la función de demanda del mercado, podemos hacer una estimación del excedente del consumidor para cada una de esas situaciones. Esto se aprecia bien en el grafico de la página que sigue:

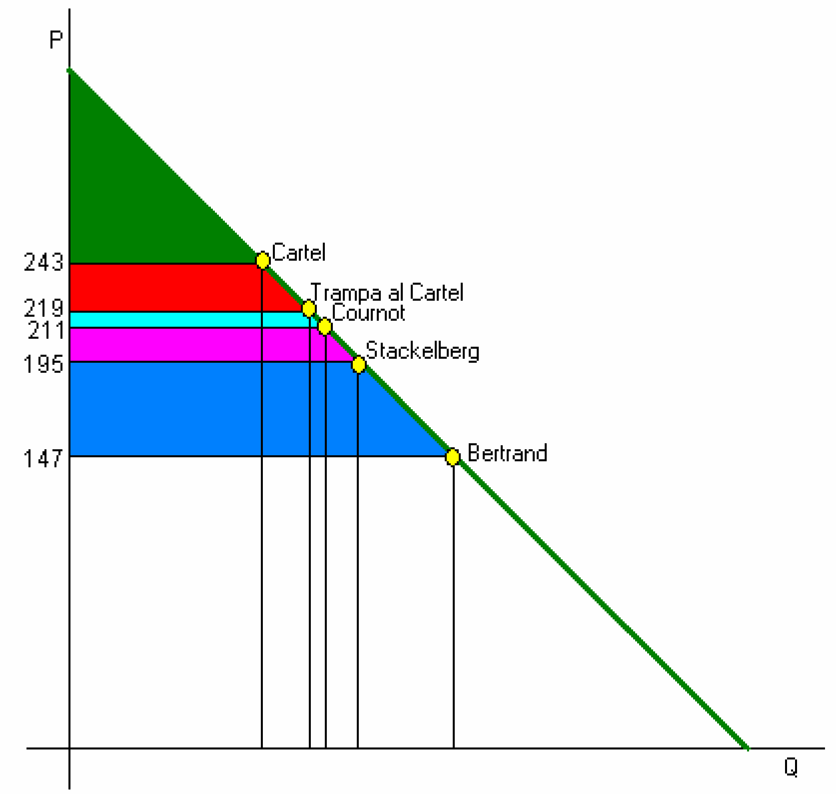
Como la función de demanda del mercado es lineal, es relativamente fácil estimar el excedente del consumidor. Es igual al área del triángulo bajo la función de demanda y arriba del precio solución del duopolio.

En el grafico hemos coloreado con distintos colores los distintos excedentes del consumidor encontrados. El lector puede pensar en ellos como triángulos que se pegan unos encima de otros y muestran la diferencia entre ellos en la parte inferior del triángulo que va cambiando de color.

Mientras más alto el precio de la solución de duopolio menor el excedente del consumidor. Este es el caso de la solución bajo cartel. El precio es 243 y el excedente del consumidor es el área del triángulo de color verde. Luego sigue el precio 219 que corresponde a la solución trampa al cartel.

Es el área del triángulo verde más el trapecio inferior de color rojo. La solución a la Cournot implica un mayor excedente del consumidor. Es igual a los anteriores más el trapecio inferior de color celeste. Luego sigue la solución a la Stackelberg y finalmente la solución a la Bertrand.

Es claro que el excedente del consumidor es mayor en la solución a la Bertrand y menor en la solución a la Cournot. El lector puede hacer los cálculos correspondientes para verificar estos resultados.



27) **Supongamos que cada uno de los duopolistas tiene costos fijos que ascienden a $20 y sus costos variables son iguales a cero. Las siguientes son sus funciones de demanda:**
$Q_1 = 12 - 2P_1 + P_2$; $Q_2 = 12 - 2P_2 + P_1$.

a) **Encuentre la solución de equilibrio de acuerdo con el modelo de precios con productos diferenciados. Determine el beneficio alcanzado por cada uno de los duopolistas.**
b) **Supongamos ahora que las dos empresas coluden. En lugar de elegir sus precios independientemente, ambas deciden cobrar el mismo precio, que será el precio que maximice los beneficios de las dos empresas. Encuentre el precio óptimo, la cantidad producida por cada empresa y el beneficio alcanzado.**
c) **Supongamos ahora que el duopolista 1 decide no fijar el precio en el nivel de colusión y espera que el duopolista 2 si lo hará. Determine el beneficio para cada uno de los duopolistas.**
d) **Elabore un cuadro que resuma los resultados alcanzados en las preguntas anteriores. Asuma que cada una de las empresas debe tomar decisiones en relación a los beneficios que se alcancen de acuerdo con las estrategias adoptadas. La estrategia a adoptar aquí**

es en relación a los precios. Si se adoptan precios bajos o precios altos.

Como cada duopolista tiene su propia función de demanda, es decir se trata de productos diferenciados, la cantidad demandada de cada uno depende de su propio precios (en términos de la ley de la demanda) y del precio de su competidor (en términos de de la demanda de un sustituto cercano). Para determinar los niveles de producción y precios debemos determinar la función de beneficio de cada uno, maximizar la función de beneficios y entonces, encontrar la función de reacción en precios. A partir de este momento podemos determinar la solución a la Cournot en precios con productos diferenciados.

$$Q_1 = 12 - 2P_1 + P_2 \Rightarrow \pi_1 = (12 - 2P_1 + P_2)P_1 - 20 = 12P_1 - 2P_1^2 + P_1P_2.$$

$$\textit{Para maximizar la función beneficio hacemos}: \frac{\partial \pi_1}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial P_1} = 12 - 4P_1 + P_2 = 0 \Rightarrow P_1 = 3 + \frac{P_2}{4} \textit{ que es la función de reacción en precios del duopolista } 1.$$

Con el mismo procedimiento se encuentra la función de reacción del duopolista 2. Observe que las funciones de demanda son simétricas y las funciones de costos iguales, entonces las funciones de reacción en precios son también simétricas. Ahora podemos estimar la solución bajo Cournot en precios con productos diferenciados.

$$P_1 = 3 + \frac{P_2}{4} \; y \quad P_2 = 3 + \frac{P_1}{4} \Rightarrow P_1{*} = 4 = P_2 \Rightarrow Q_1 = 12 - 2*4 + 4 = 8 \quad y \quad Q_2 = 12 - 2*4 + 4 = 8 \Rightarrow$$

$$\pi_1 = 4*8 - 20 = 12 = \pi_2 \Rightarrow \pi = 12 + 12 = 24.$$

Ahora asumimos que las empresas coluden. Es decir van a determinar un solo precio. Con este precio deben maximizar el beneficio conjunto.

$$\pi = (12 - 2P_1 + P_2)P_1 - 20 + (12 - 2P_2 + P_1)P_2 - 20 \quad \textit{pero como el precio de colusión es único}:$$

$$\pi = (12 - 2P + P)P - 20 + (12 - 2P + P)P - 20 = 24P - 2P^2 - 40 \quad y: \frac{\partial \pi}{\partial P} = 0 \Rightarrow$$

$$24 - 4P = 0 \Rightarrow P{*} = 6 \Rightarrow Q_1 = 12 - 2*6 + 6 = 6 = Q_1 \quad y:$$

$$\pi = 24*6 - 2*6^2 - 40 = 32 \quad ó: \pi_1 = 6*6 - 20 = 16 = \pi_2.$$

Se puede apreciar que el beneficio bajo colusión es mucho mayor que bajo competencia a la Cournot. Igualmente el beneficio de cada duopolista coludito es mayor que el de cada duopolista bajo la solución a la Cournot.

Si el duopolista 1 decidiera no fijar el precio de colusión pero a la vez espera que el duopolista 2 sí fije el precio de colusión, tendríamos que

investigar qué precio maximizaría su beneficio. La respuesta la encontraremos en la función de reacción en precios del duopolista 1.

$$P_1 = 3 + \frac{P_2}{4} \Rightarrow P_1 = 3 + \frac{6}{4} = 4.5 \Rightarrow Q_1 = 12 - 2*4.5 + 6 = 9 \quad y \quad Q_2 = 12 - 2*6 + 4.5 = 4.5 \Rightarrow$$
$$\pi_1 = 4.5*9 - 20 = 20.5\, y \quad \pi_2 = 6*4.5 - 20 = 7 \quad y \quad \pi = 27.5.$$

Observe que el beneficio del duopolista 1 en competencia a la Cournot asciende a 12, bajo colusión salta a 16 y rompiendo el acuerdo de colusión sube a 20.5. Sin embargo no debe olvidarse que la misma conducta es de esperarse para el duopolista 2 por lo que al final la colusión resulta siendo inestable.

Los resultados anteriores se pueden resumir en el cuadro que sigue. Las alternativas se presentan como opciones a elegir entre precios diferentes. El precio de colusión es un precio alto, P = 6, y el precio bajo competencia a la Cournot es un precio bajo, P = 4. Si uno de los duopolistas piensa que el otro va a cumplir el precio de colusión entonces él no lo cumple. Los resultados que se presentan en cada celda son los beneficios alcanzados por cada duopolista. El valor a la izquierda de la diagonal corresponde al beneficio del duopolista 1.

		2	
		Precio Alto	Precio Bajo
1	Precio Alto	16 / 16	7 / 20.5
	Precio Bajo	20.5 / 7	12 / 12

Veamos ahora si se encuentra una estrategia dominante en esta matríz de pagos. Si el duopolista 1 piensa que el duopolista 2 va a escoger un precio alto, su mejor respuesta es fijar un precio bajo. Si el duopolista 1 piensa que el duopolista 2 va a escoger un precio bajo, su mejor respuesta es fijar un precio bajo. En consecuencia fijar un precio bajo es una estrategia dominante para el duopolista 1.

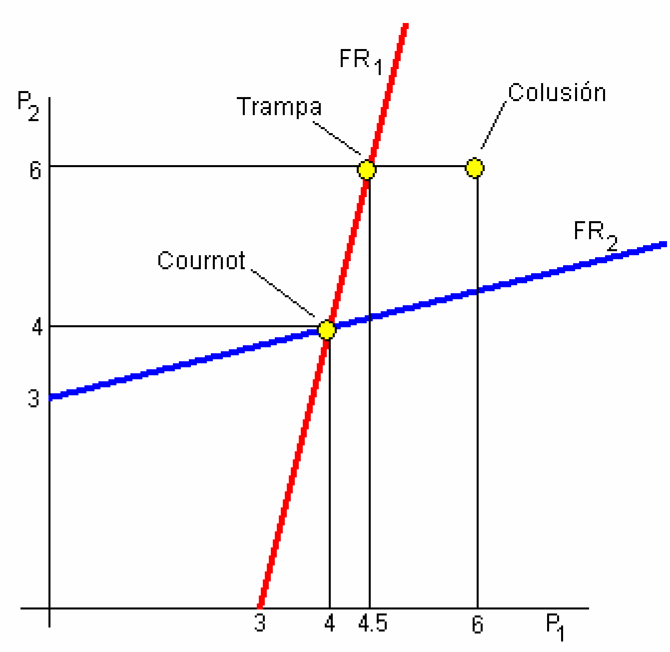
Si el duopolista 2 piensa que el duopolista 1 va a escoger un precio alto, su mejor respuesta es fijar un precio bajo. Si el duopolista 2 piensa que el duopolista 1 va a escoger un precio bajo, su mejor respuesta es fijar un precio bajo. En consecuencia fijar un precio bajo es una estrategia dominante para el duopolista 2.

Por lo tanto la estrategia de precios bajos es un equilibrio a la Nash. Sin embargo la estrategia de fijar precios altos genera mayores beneficios para cada duopolista. Estos beneficios se pueden alcanzar si se ponen de acuerdo para fijar esos precios altos. Este es el resultado de colusión.

La solución de colusión, ¿es un equilibrio a la Nash? No. Supongamos que nos encontramos en la combinación de colusión. Cada duopolista debe fijar el precio alto. Si el duopolista 1 piensa que el duopolista 2 va a cumplir el acuerdo del cartel de fijar un precio alto, para él sería mejor

fijar un precio bajo pues obtendría un beneficio de 20.5 en lugar que uno de 16. Por supuesto esto mismo le ocurrirá al duopolista 2. En consecuencia la solución de colusión no es estable. Cada uno buscaría un precio bajo pensando que el otro lo mantendrá alto y terminarán fijando precios bajos, es decir la solución de competencia en precios a la Cournot con productos diferenciados.

El grafico que sigue muestra las distintas combinaciones de solución encontradas. Observe que las funciones de reacción en precios tienen pendiente positiva a diferencia de las funciones de reacción en cantidades.



28) Si $CT_1 = 10Q_1$ y $CT_2 = 5Q_2$, encuentre el equilibrio a la Bertrand con productos diferenciados si las funciones de demanda que enfrentan los duopolistas son las siguientes: $Q_1 = 1000 - 20P_1 + 15P_2$, $Q_2 = 800 - 15P_2 + 5P_1$.

$$Q_1 = 1000 - 20P_1 + 15P_2 \Rightarrow \pi_1 = (1000 - 20P_1 + 15P_2)P_1 - 10Q_1 =$$
$$(1000 - 20P_1 + 15P_2)P_1 - 10(1000 - 20P_1 + 15P_2).$$

$$Para\ \max imizar\ la\ \ función\ beneficio\ hacemos: \frac{\partial \pi_1}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial P_1} = 15P_2 + 1200 - 40P_1 = 0 \Rightarrow P_1 = 30 + \frac{3P_2}{8}\ que\ es\ la\ \ función\ de\ reacción\ en\ precios\ del\ duopolista\ 1.$$

Tenga en cuenta que para obtener las funciones de reacción no hacemos IMg = CMg como en el caso Cournot de cantidades. ¿Por qué? Porque el ingreso marginal es el cambio en el ingreso total resultante de un incremento en la producción. Mientras que en el caso de Cournot en precios con productos diferenciados el cambio en el ingreso total como

resultado del incremento en el precio no es igual al ingreso marginal. Sin embargo, matemáticamente, la solución es equivalente. Definiendo la función de beneficio, podemos maximizar el beneficio estimando el cambio en el beneficio cuando el precio de uno de los duopolista cambia en una unidad.

El mismo procedimiento vamos a seguir para obtener la función de reacción del duopolista 2.

$$Q_2 = 800 - 15P_2 + 5P_1 \Rightarrow \pi_2 = (800 - 15P_2 + 5P_1)P_2 - 5Q_2 =$$
$$(800 - 15P_2 + 5P_1)P_2 - 5(800 - 15P_2 + 5P_1).$$

Para max *imizar la función beneficio hacemos*: $\frac{\partial \pi_2}{\partial P_2} = 0 \Rightarrow$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial P_2} = 5P_1 + 875 - 30P_2 = 0 \Rightarrow P_2 = \frac{175}{6} + \frac{P_1}{6} \text{ que es la función de reacción en precios del duopolista } 2.$$

Resolviendo las funciones de reacción se obtiene:

$$P_1{}^* = 43.666 \quad y \quad P_2 = 36.444 \Rightarrow Q_1 = 1000 - 20P_1 + 15P_2 = 673.333 \quad y$$
$$Q_2 = 800 - 15P_2 + 5P_1 = 471.666$$

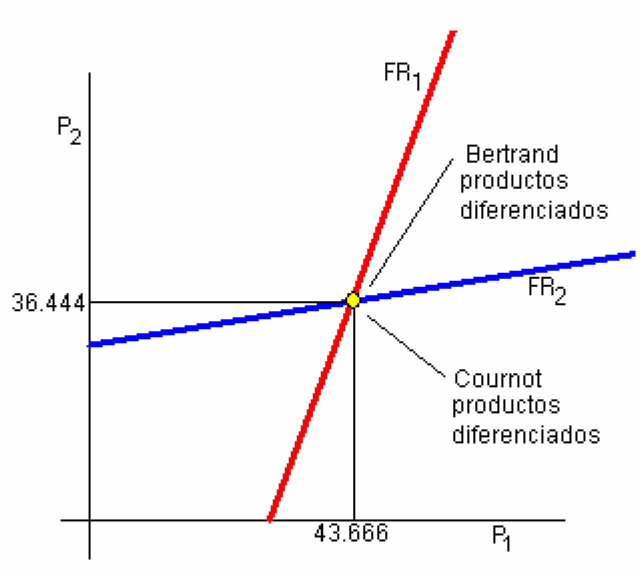
En problemas anteriores hemos denominado Cournot en precios con productos diferenciados al modelo de duopolio donde cada empresa tiene su propia función de demanda y donde la producción depende del propio precio como del precio del competidor. Es decir el modelo donde los productos son sustitutos cercanos o productos diferenciados.

En el enunciado de este problema se utiliza la expresión “solución a la Bertrand con productos diferenciados”, con el mismo sentido. ¿Por qué? Porque el modelo Bertrand en cantidades, es decir el modelo de duopolio a la Bertrand original, nos lleva a un resultado contradictorio. Los duopolistas buscan competir en precios para apoderarse del mercado y de los beneficios y desatan una guerra de precios que termina cuando los precios caen hasta el nivel del costo marginal. Este resultado provocó el fracaso del modelo a la Bertrand. Sin embargo el modelo tenía una ventaja notable en relación al modelo a la Cournot. Desplazó el análisis del comportamiento estratégico de los duopolistas de la variable producción a la variable precios.

Para que el modelo pudiera tener sentido hacia falta que la reducción de precios no provocara la perdida total de mercado para el duopolista que no baja sus precios. Y esto se consigue cuando los bienes no son idénticos. Es decir cuando se trata de productos diferenciados. Si el consumidor asume la diferenciación del producto, entonces la cantidad demandada no se reduce a cero cuando el precio del competidor se reduce. Esto permite salvar el modelo Bertrand porque es posible construir las funciones de reacción para cada duopolista y encontrar la

solución bajo competencia entre ellos. A esta solución se le conoce como solución a la Cournot en precios con productos diferenciados, o también, por su origen, solución a la Bertrand con productos diferenciados.

En el grafico de la siguiente página se puede apreciar la solución encontrada. Observe que las funciones de reacción tienen pendiente positiva. Si estas empresas se pusieran de acuerdo para establecer precios más altos para obtener mayores beneficios se moverían de la solución actual a una que se encuentre arriba a la derecha. Para comprender mejor esto considere que la cantidad demandada depende de la diferencia de los precios que forman los duopolistas. Si las funciones de demanda fueran, por ejemplo: $Q_1 = A - P_1 + P_2$ y $Q_2 = A - P_2 + P_1$ entonces bastaría que las empresas coludan para formar el precio que quieran puesto que si $P_1 = P_2 \Rightarrow Q_1 = Q_2 = A$ que es una función de demanda perfectamente inelástica.



29) **Dos empresas producen fundas de asiento de automóviles, de piel de oveja. Cada una tiene una función de costos que viene dada por $CT_i = 20Q_i + Q_i^2$. La demanda del mercado está representada por la ecuación de demanda inversa: $P = 200 - 2Q$.**

a) **Si cada empresa actúa para maximizar sus beneficios, considerando dada la producción de su rival (es decir, se comporta como un duopolista a la Cournot), ¿cuáles serán las cantidades de equilibrio? ¿el precio del mercado? ¿los beneficios de cada empresa?**

b) **Los Directivos de estas empresas podría estar mucho mejor coludiendo. Si coluden ¿cuál será el nivel de producción que maximiza el beneficio? ¿cuál será el precio? ¿cuál será el nivel de producción y beneficios de cada empresa?**

c) **Ahora suponga que los Directivos se dan cuenta de que los acuerdos explícitos para coludir son ilegales. Cada una debe decidir por sí sola si produce la cantidad a**

		2	
		Q a la Cournot	Q de Colusión
1	Q a la Cournot		
	Q de Colusión		

la Cournot o la cantidad de Colusión. Para ayudarse en la toma de decisiones elaboran una matríz de beneficios como la de la izquierda. ¿Qué estrategia de producción es probable que siga cada empresa?

d) **Ahora suponga que la empresa 1 puede fijar su nivel de producción antes que la empresa 2. ¿Cuánto producirá? ¿Cuánto producirá la empresa 2? ¿Cuál será el precio de mercado? ¿Cuáles serán los beneficios de cada empresa? ¿Aumenta el beneficio para 1 por el hecho de decidir primero? Explique.**

Veamos primero la solución a la Cournot.

$$P = 200 - 2Q \Rightarrow P = 200 - 2Q_1 - 2Q_2 \Rightarrow IT_1 = (200 - 2Q_1 - 2Q_2)Q_1 = 200Q_1 - 2Q_1^2 - 2Q_1Q_2 \Rightarrow$$

$$IMg_1 = 200 - 4Q_1 - 2Q_2 = CMg_1 = 20 + 2Q_1 \Rightarrow Q_1 = 30 - \frac{Q_2}{3}.$$

Como las empresas tienen iguales costos marginales:

$$Q_2 = 30 - \frac{Q_1}{3} \Rightarrow Q_1{*} = 22.5 = Q_2{*} \Rightarrow Q = 45 \Rightarrow P = 200 - 2*45 = 110.$$

$$\pi_1 = 110*22.5 - 20*22.5 - 22.5^2 = 1518.75 = \pi_2 \Rightarrow \pi = 3037.50.$$

Si en vez de competir en el mercado, estos duopolistas deciden, al contrario, coludir, entonces debemos analizar su comportamiento maximizador de beneficios.

$$P = 200 - 2Q \Rightarrow IMg = 200 - 4Q = 20 + 2Q \Rightarrow Q = 30 \Rightarrow P = 140.$$

$$\pi = 140*30 - 20*30 - 30^2 = 2700 \Rightarrow \pi_1 = 1350 = \pi_2$$

Observe que los resultados son muy curiosos. La solución bajo colusión implica un beneficio menor a la solución bajo Cournot. Normalmente debemos esperar que los beneficios bajo colusión fueran mayores que los beneficios a la Cournot. ¿Qué está ocurriendo en este caso?

En problemas anteriores no se ha presentado esta complicación. El lector puede verificar que en todos esos casos las funciones de costo marginal eran constantes. Esto significaba que la los costos variables medios eran constantes o que los costos medios eran constantes. En consecuencia el beneficio no se vería afectado si un duopolista asumía toda la producción del cartel o si esta producción se distribuía entre los duopolistas de alguna forma. Cualquiera sea el nivel de producción de cada duopolista para cumplir el nivel de producción del cartel los costos unitarios permanecían constantes.

Pero en este caso los costos son variables. El costo total de cada duopolista es CT = 20Q + Q^2. En consecuencia el costo medio de cada duopolista es: CMe = 20 + Q y el costo marginal es: CMg = 20 + 2Q. Ambas funciones son lineales y de pendiente positiva. Es decir, los costos unitarios son crecientes.

Analicemos ahora el nivel de producción de colusión, Q = 30. ¿Cuál es el costo medio de producir 30 unidades? Si lo hace uno cualquiera de los

duopolistas, este costo medio es de 50. Como el precio de colusión es P = 140 ➔ IMe = 140 y el beneficio por unidad será
140 – 50 = 90 y el beneficio total 90*30 = 2700. Este es el resultado que hemos encontrado más arriba.

¿Pero qué sucede si cada una de las empresas produce la mitad de la producción del cartel? En este caso el costo medio de producir 15 unidades es 35 y el ingreso medio sigue siendo 140, entonces el beneficio por unidad será 140 – 35 = 105 y el beneficio por la producción del duopolista: 105*15 =1575. El beneficio total es ahora 3150. Observe que este beneficio total es mayor que el beneficio alcanzado bajo la solución a la Cournot.

¿Qué sucedería si uno de los duopolista produce 16 y el otro 14 para completar el nivel de producción de colusión? El costo medio para una producción de 16 unidades es 36 y esto nos permite estimar un beneficio de 1664. El costo medio para una producción de 14 unidades es 34 y esto nos permite obtener un beneficio de 1484. El beneficio total del mercado es ahora 3148 menor a los 3150 cuando cada uno producía la mitad del nivel de producción de colusión.

En consecuencia, si los duopolistas se ponen de acuerdo, el nivel de producción debe ser igual a 30 unidades para maximizar el beneficio. Pero este beneficio es máximo sólo si la producción se lleva adelante en cada empresa buscando el costo más bajo posible. Como los costos medios son crecientes, el menor costo se obtiene cuando cada empresa produce la misma cantidad. Volvamos entonces a calcular el beneficio bajo cartel.

$$P = 200 - 2Q \Rightarrow IMg = 200 - 4Q = 20 + 2Q \Rightarrow Q = 30 \Rightarrow P = 140.$$
$$\pi = 140*15 - 20*15 - 15^2 + 140*15 - 20*15 - 15^2 = 3150 \Rightarrow$$
$$\pi_1 = 1575 = \pi_2$$

Los resultados son ahora totalmente coherentes con los resultados que se esperan desde la perspectiva del modelo teórico. El cálculo inicial que nos da un beneficio de cartel igual a 2700 es un error porque no considera que las empresas enfrentan costos medios crecientes.

Si ahora las empresas encuentran que la colusión explícita es ilegal deben considerar, cada una por su lado, ¿qué estrategia es más rentable al decidir un nivel de producción? En el cuadro que sigue se presentan los beneficios encontrados en términos de la competencia a la Cournot y en términos de colusión. Los resultados se han organizado de tal manera que cada empresa pueda analizar cuál sería su mejor estrategia.

		2	
		Q a la Cournot	Q de Colusión
1	Q a la Cournot	1518.75 / 1518.75	
	Q de Colusión		1575 / 1575

Para completar el cuadro debemos estimar el nivel de producción de cada duopolista si asume que el otro escogerá el nivel de producción a la Cournot o de colusión. Si el duopolista 1 asume que el duopolista va a producir 22.5 entonces el producirá 15. La producción para el mercado será 37.5 y el precio 125. El beneficio para el duopolista 1 en este caso es: $125*15 – 20*15 - 15^2 = 1350$. El beneficio para el duopolista 2 en este caso es: $125*22.5 – 20*22.5 – 22.5^2 = 1856.25$.

Siguiendo con esta línea de trabajo el lector puede confirmar que el beneficio para el duopolista 2 es 1350 y 1856.25 para el duopolista 1 si el duopolista 2 piensa que el duopolista 1 va a producir 22.5 unidades. De esta manera obtenemos la matríz de pagos completa:

		2	
		Q a la Cournot	Q de Colusión
1	Q a la Cournot	1518.75 / 1518.75	1856.25 / 1350
	Q de Colusión	1350 / 1856.25	1575 / 1575

Analizando la matríz de pagos el lector puede concluir que la solución a la Cournot es el único equilibrio a la Nash.

30) **En Gamarra existen 10 empresas confeccionistas de polos con la misma función de costos,**
$CT_i = 2q_i$. La función de demanda del mercado para esos polos, está dada por:
$P = 12 – 0.1Q$. Cada una de las empresas se comporta competitivamente. Como quieren obtener mayores beneficios han decidido contratar los servicios de un Economista para que los asesore sobre la conveniencia de constituir un CARTEL. Ellos quieren restringir la producción para incrementar el precio hasta el nivel de un monopolio.

a) **Para responder a las inquietudes de sus clientes, determine primero el precio del mercado, la producción del mercado y la producción de cada empresa.**
b) **Ahora determine el precio del cartel, la producción del cartel, la cuota de producción que le correspondería a cada empresa.**
c) **¿Cuánto del beneficio del cartel le correspondería a cada empresa?**
d) **Como Economista Ud. tiene que pensar que es posible que alguno de los miembros del cartel decida no acatar los acuerdos. Suponga que una de las empresas decidiera incumplir el acuerdo del cartel y fijar un precio 25 centavos menor al precio del cartel. ¿Es rentable para esta empresa adoptar esta conducta? ¿Por qué? (Suponga que el resto de las empresas son leales a los acuerdos del cartel).**

Primero vamos a determinar la solución bajo el modelo de competencia perfecta. Tenemos la demanda del mercado pero no la oferta. Pero tenemos la función de costos de cada empresa y sabemos que en el mercado hay 10 empresas.

Observe que el costo marginal de cada empresa es constante y, además, que la producción de cada empresa siempre depende de su nivel de

producción (es decir si q = 0 entonces CT = 0). En consecuencia para cada empresa se cumple que CMg = CMe = 2.

Como cada empresa puede producir lo que quiera al costa marginal 2, las 10 empresas producirán lo que quieran al costo marginal 2. Por lo tanto la función de oferta del mercado es perfectamente elástica al precio 2. Entonces:

$$P = 2 = 12 - 0.1Q \Rightarrow Q^* = 100 \Rightarrow q = \frac{100}{10} = 10.$$

Si ahora las empresas se ponen de acuerdo para actuar como un cartel, entonces la función de demanda del mercado será la función de demanda del cartel.

$$P = 12 - 0.1Q \Rightarrow IMg = 12 - 0.2Q = 2 \Rightarrow Q^* = 50 \Rightarrow q = \frac{50}{10} = 5$$

$$P = 12 - 0.1*50 = 7 \Rightarrow \pi_i = 7*5 - 2*5 = 25 \Rightarrow \pi = 25*10 = 250$$

$$\frac{\pi_i}{\pi} = 10\%.$$

Si las empresas actúan competitivamente, producen 100 a un precio igual a 2 que apenas cubre el costo medio. Si se ponen de acuerdo, la producción se restringe y el precio se eleva hasta 7. En este caso cada empresa recibirá un beneficio de 25. ¿Qué pasaría si una empresa decidiera no respetar el acuerdo del cartel y vender a un precio de 6.75.

A este precio la demanda del mercado es 6.75 = 12 – 0.1Q➔ Q = 52.5. Como las restantes 9 empresas son leales a los acuerdos del cartel, la demanda del mercado sería igual a la demanda de la empresa que no respeta los acuerdos del cartel. En esta conclusión asumimos que cada empresa está produciendo productos homogéneos (no diferenciados). En consecuencia, los consumidores deben elegir entre comprar un polo a un precio de 6.75 o comprar, el mismo idéntico polo, al precio de 7. Obviamente la demanda al precio 7 es cero.

El beneficio de la empresa que rompe el acuerdo del cartel es: 6.75*52.5 – 2*52.5 = 249.375. Naturalmente romper el acuerdo del cartel es muy rentable. Sin embargo cada empresa debe considerar que si uno rompe el acuerdo el otro también lo puede hacer. Por ejemplo si frente al hecho que sus ventas se han reducido de 5 a cero, una empresa decide bajar el precio otros 25 centavos, y asumiendo que los otros lo mantendrían (8 al precio 7 y uno al precio 6.75), entonces la demanda de esta empresa sería la demanda del mercado: 6.5 = 12 – 0.1Q ➔
Q = 55 y esta empresa obtendría un beneficio de 6.5*55 – 2*55 = 247.5.

Estos beneficios estimularían a las otras empresas a romper el acuerdo del cartel rebajando los precios. Esto se conoce como GUERRA DE PRECIOS. La guerra de precios terminaría cuando el precio llegue al nivel

del costo marginal. Es decir, la ruptura del cartel nos llevaría de vuelta a producir 100 unidades al precio de 2.

31) **El modelo de empresa dominante nos puede ayudar a comprender el comportamiento de algunos carteles. Vamos a aplicar este modelo al cartel de la OPEP. La demanda mundial de petróleo es: Q = 400 – 2P y la oferta de las empresas periféricas está dada por**
Q = 3P - 300, donde P es el precio por barril de petróleo crudo y Q son millones diarios de barriles de petróleo. El CVMe del Cartel de la OPEP es 100.

a) **Suponiendo que no entraran al mercado empresas oligopólicas, ¿cuál sería el precio en el mercado y cuántos millones de barriles de petróleo día se colocarían en el mercado por parte de las empresas periféricas?**
b) **¿Cuál es el precio mínimo de oferta de parte de las empresas periféricas?**
c) **¿A partir de qué precio podrían ingresar al mercado las empresas oligopólicas?**
d) **¿Cómo determina la función de demanda del Cartel de la OPEP?**
e) **¿Dónde se encuentra el punto de quiebre de la curva de demanda del Cartel de la OPEP?**
f) **¿A qué precio y qué cantidad de petróleo vende el Cartel de la OPEP?**
g) **¿A qué precio y qué cantidad de petróleo venden las empresas periféricas cuando ya opera sobre el mercado el Cartel de la OPEP?**
h) **¿Qué sucede al excedente del consumidor con la presencia de la OPEP comparado con la situación anterior con solo las empresas periféricas?**
i) **Grafique la solución de equilibrio en este modelo de demanda quebrada.**

Este problema se puede encontrar en la quinta edición del libro del Profesor Pindyck. Hemos modificado las ecuaciones del mismo a fin de obtener un caso más claro para su entendimiento.

La solución para este mercado si no entrarán empresas oligopólicas es:

$$400 - 2P = 3P - 300 \Rightarrow P^* = 140 \Rightarrow Q^* = 120$$

Como la función de oferta de las empresas periféricas es Q = 3P – 300 ➔

$$P = 100 + \frac{Q}{3} \Rightarrow si \quad Q = 0 \Rightarrow precio \quad mínimo\ de\ oferta\ es P = 100.$$

Por tanto si el precio del mercado fuera P = 100 no entrarían al mercado las empresas periféricas. Todo el mercado estaría en manos de las empresas oligopólicas si se decidieran por entrar. Naturalmente si el precio del mercado fuera menor a 100 la demanda del mercado sería igual a la demanda de las empresas periféricas.

Si el precio fuera mayor a 100 pero menor al precio de equilibrio del mercado sin la presencia de los oligopolios, P = 140, la demanda del

mercado sería mayor a la oferta de las empresas periféricas y el oligopolio puede atender esta demanda no cubierta.

Observe que si P = 120 entonces Q = 400 – 2*120 = 160, pero cuando P = 120 la oferta de las empresas periféricas es Q = 3*120 – 300 = 60. En consecuencia si P = 120 la demanda del mercado no es satisfecha por las empresas periféricas; se presentará una cantidad demandada no cubierta de 160 – 60 = 100 que se constituye en la demanda de las empresas periféricas.

Mientras más cerca de P = 100 el precio del mercado, mayor demanda tendrán las empresas oligopólicas; mientras más lejos de P = 100 el precio del mercado, mayor demanda tendrán las empresas periféricas. El precio máximo del mercado dada la función de demanda es P = 140.

El lector puede estimar que a este precio la demanda del mercado está cubierta por la oferta de las empresas periféricas y no hay demanda para las empresas oligopólicas.

En consecuencia la demanda de las empresas oligopólicas empieza con el precio máximo de 140 y va creciendo a medida que este precio disminuye. Cuando el precio es igual o menor al precio mínimo de oferta, la demanda del mercado es igual a la demanda de las empresas oligopólicas.

Por lo tanto el punto de quiebre de la demanda de las empresas oligopólicas corresponde al precio mínimo de oferta de las empresas periféricas. Debajo de este precio la demanda del mercado es la demanda de las empresas oligopólicas, arriba de este precio la demanda de la empresa oligopólica se quiebra echándose hacia la izquierda hasta llegar al precio máximo que es el precio donde las empresas periféricas cubren la demanda del mercado.

La demanda de la empresa dominante es igual a la demanda del mercado menos la oferta de las empresas periféricas a partir del precio cuando el mercado es competitivo.

$$Q_D = Q_M - Q_P = (400 - 2P) - (3P - 300) = 700 - 5P \Rightarrow$$

$$P_D = 140 - \frac{Q_D}{5} \Rightarrow IMg_D = 140 - \frac{2Q_D}{5} \; y \; para \; \max imizar \; \pi :$$

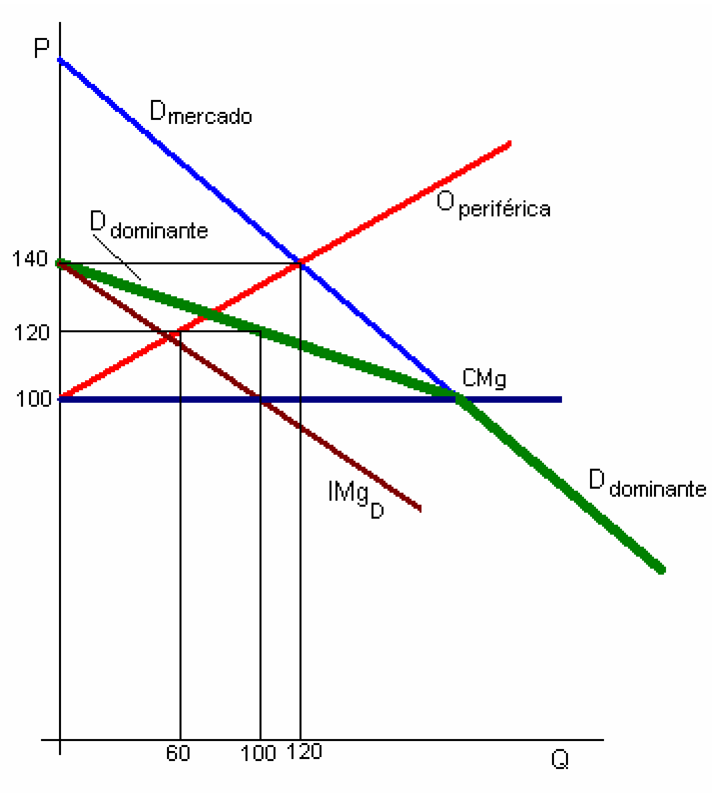
$$140 - \frac{2Q_D}{5} = 100 \Rightarrow Q_D{}^* = 100 \Rightarrow P_D = 140 - \frac{100}{5} = 120.$$

Entonces la OPEP venderá Q_D* = 100 al precio P_D = 120. Observe que este precio es menor al precio de equilibrio bajo competencia, 140, pero mayor al precio mínimo de la oferta periférica.

Ahora las empresas periféricas toman este precio para determinar su nivel de producción.

$Q_P = 3*120 - 300 = 60.$

El grafico de la página que sigue muestra los resultados encontrados hasta aquí. Observe la curva de demanda de la empresa dominante, la OPEP. Es una curva de demanda quebrada. El quiebre se produce cuando el precio es igual a 100. Observe también que este precio es el precio mínimo de la oferta periférica y es igual al costo marginal constante de la empresa dominante.



Allí donde se intercepta la oferta periférica con la demanda del mercado se encuentra el equilibrio del mercado si no ingresa la empresa dominante. Aquí el precio es 140 y es el precio máximo de la curva de demanda de la empresa dominante. Hemos trazado la curva de ingreso marginal de la empresa dominante solamente para el tramo de producción que va desde cero hasta 200 (que corresponden a los precios 140 y 100). Como la curva de demanda de la empresa dominante es quebrada al nivel del precio 100, la curva correspondiente del ingreso marginal a partir del precio 100 para abajo es una curva "rota". El lector debería graficar el tramo de la curva del ingreso marginal correspondiente a la función de demanda de la empresa dominante para precios menores a 100.

¿Cómo se determina el precio y el nivel de producción para la OPEP? El nivel de producción se obtiene, gráficamente, trazando una línea vertical desde el punto de intercepción de las curvas de ingreso marginal y costo marginal de la empresa dominante, hasta encontrarse con el eje de cantidades. Este es el nivel de producción que maximiza su beneficio. Ahora partiendo de este nivel de producción levantamos una vertical hasta encontrar la función de demanda de la empresa dominante. Aquí encontramos el precio. Este precio será también el precio de las empresas periféricas. Las empresas periféricas determinan su nivel de producción trazando una línea vertical desde el punto de intercepción de la horizontal al nivel del precio de la empresa dominante y la curva de la oferta periférica, hasta llegar al eje de cantidades.

El lector puede verificar que la presencia de la OPEP ha incrementado el excedente del consumidor. Cuando la empresa dominante no ingresa al mercado, los consumidores se encuentran sobre el punto de la demanda del mercado donde P = 140 y Q = 120. Pero al precio de la empresa dominante P = 120, la demanda del mercado es Q = 400 – 2*120 = 160. Esta demanda es cubierta por las empresas periféricas mediante una producción igual a
Q = 3*120 – 300 = 60. La empresa dominante produce: Q = 700 – 5*120 = 100. Entonces ahora los consumidores se encuentran sobre la curva de demanda del mercado donde P = 120 y
Q = 160. Esta combinación se encuentra abajo a la derecha de la combinación anterior. En consecuencia el excedente del consumidor es ahora mayor, con la presencia de la OPEP que antes sin su presencia.

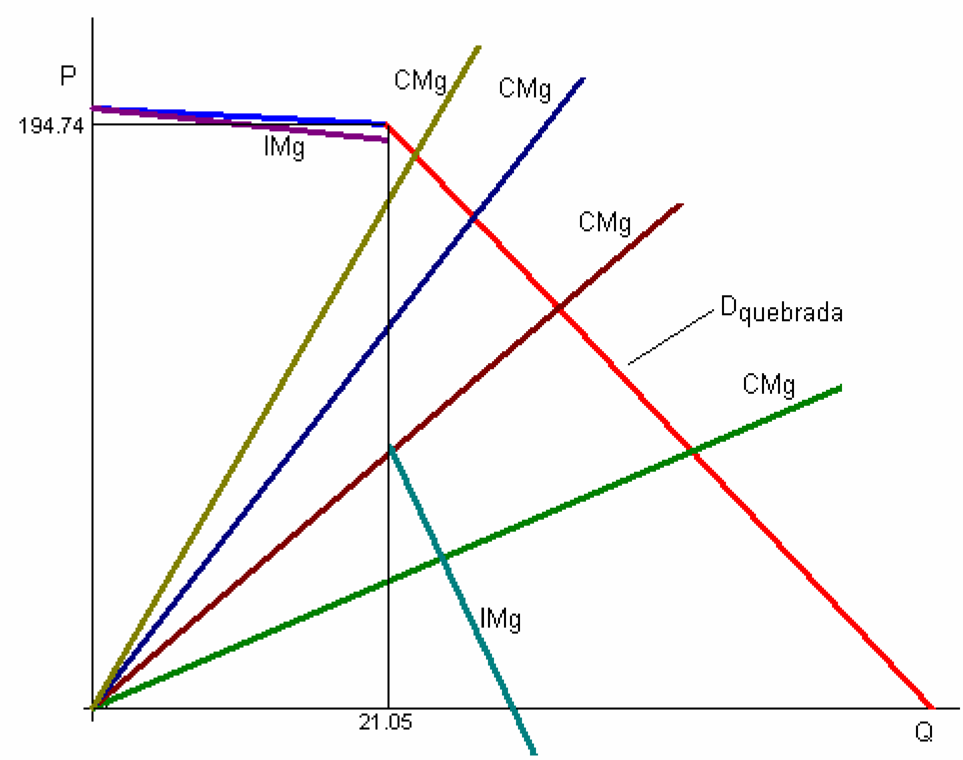
El lector puede hacer los cálculos correspondientes para hallar el excedente del consumidor en estos dos casos.

32) **La curva de demanda de una empresa oligopólica es P = 200 – Q/4 para ciertos niveles de producción y es P = 300 – 5Q para ciertos otros niveles de producción.**
   a) **Determine los niveles de producción para los cuales el oligopolio debe considerar cada una de las funciones de demanda.**
   b) **Grafique la demanda de este oligopolio;**
   c) **Identifique el punto de quiebre;**
   d) **Si la función de costo variable de la empresa es CV = Q^2, determine el nivel de producción y el precio al que debería vender si busca maximizar el beneficio;**
   e) **Si la función de costo variable de la empresa es CV = $2Q^2$, determine el nivel de producción y el precio al que debería vender si busca maximizar el beneficio;**
   f) **Si la función de costo variable de la empresa es CV = $3Q^2$, determine el nivel de producción y el precio al que debería vender si busca maximizar el beneficio;**
   g) **Si la función de costo variable de la empresa es CV = $4Q^2$, determine el nivel de producción y el precio al que debería vender si busca maximizar el beneficio;**
   h) **¿Por qué se dice que las empresas oligopólicas como las que acaba de analizar son rígidas al precio?**

Observe el grafico que sigue más abajo en esta página. Analizando las funciones de demanda de la empresa, se encuentra un quiebre cuando la producción es 21.05 y el precio es 194.74. Para hallar este punto de quiebre basta hacer 200 – Q/4 = 300 – 5Q. Luego hemos obtenido la función de ingreso marginal para cada uno de los tramos de esta función de demanda quebrada. Se cumple que cuando la demanda está quebrada la curva de ingreso marginal está “rota”. Se encuentra una discontinuidad al nivel de Q = 21.05. Luego hemos trazado las funciones de costo marginal correspondientes a las cuatro funciones de costo variable medio del problema.

Analizando el grafico se puede encontrar que con excepción de la función CMg = 2Q todas las otras funciones de costos marginal pasan por la discontinuidad registrada al nivel de
Q = 21.05.

Si la empresa tuviera una cualquiera de estas tres funciones de costo marginal como su función de costo marginal, entonces fijaría un nivel de producción Q = 21.05 y un precio
P =194.74. Tome en cuenta que esto implica fijar precios iguales con funciones de costos distintas. Es decir, este modelo explica cómo los oligopolios pueden tener precios rígidos a pesar que las empresas cuenten con funciones de costos diferentes. En un cierto intervalo, las empresas con costos distintos fijan un solo precio. Por eso se sostiene que este modelo de demanda quebrada explica la estabilidad oligopólica de los precios.



33) **La curva de oferta de una pequeña empresa que produce un bien homogéneo es igual a**
P = 100 + 4q. Actualmente el mercado es competitivo y participan 20 empresas con la misma estructura de costos. La demanda del mercado está dada por la función
P = 700 – Q.

a) **Estime el precio y la cantidad de equilibrio del mercado;**
b) **Ahora suponga que una gran empresa extranjera decide ingresar al mercado. Su función de costos es CT = 25 + Q^2/20. Grafique el equilibrio del mercado competitivo y añada la función de costo**

marginal de esta gran empresa. Analice las posibilidades de esta empresa en el mercado;

c) **Estime la función de demanda de esta gran empresa;**
d) **Grafique la función de demanda de la empresa dominante;**
e) **Determine el precio y la cantidad que maximizan el beneficio de la empresa dominante;**
f) **Determine el precio y la cantidad que maximiza el beneficio de cada una de las empresas periféricas.**

Para hallar el equilibrio en el mercado competitivo necesitamos hallar la función de oferta del mercado.

$$P = 100 + 4q \Rightarrow q = \frac{P}{4} - 25 \Rightarrow Q = \sum_{1}^{20} \frac{P}{4} - 25 = 5P - 500 \Rightarrow P = 100 + \frac{Q}{5}\ y\ en\ equilibrio:$$

$$100 + \frac{Q}{5} = 700 - Q \Rightarrow Q^* = 500 \Rightarrow P^* = 200.$$

Si analizamos la función de oferta del mercado P = 100 + Q/5 podemos concluir que el precio mínimo es igual a P = 100. A partir de este precio para abajo ninguna de las 20 empresas que se encuentran en el mercado estará dispuesta a ofertar. Como el precio de equilibrio en el mercado competitivo es P = 200, encontramos que en el intervalo de precios [200, 100] hay espacio en el mercado para otra empresa siempre que sus costos le permitan producir para el mercado. Naturalmente, para precios menores a 100, otra empresa dispuesta a ingresar al mercado se quedará con toda la demanda del mercado.

La función de costos de la gran empresa es CT = 25 + Q^2/20 y la función de CMg = Q/10. Si comparamos esta función con la de la oferta de las 20 empresas competitivas, P = 100 + Q/5 se encontrará que la gran empresa tiene un enorme potencial para ingresar al mercado. El intercepto con el eje de precios es 100 en el caso de las empresas competitivas y 0 para la gran empresa. La tasa a la cual crecen los costos en la gran empresa es Q/10 mientras que la tasa a la cual crece el precio en la oferta competitiva es Q/5, el doble.

Estimaremos entonces la demanda de la gran empresa, que llamaremos desde ahora empresa dominante, y calcularemos el nivel de producción y precio que maximizan su beneficio.

$$Q_D = Q_M - Q_P = (700 - P) - (5P - 500) = 1200 - 6P \Rightarrow$$

$$P_D = 200 - \frac{Q_D}{6} \Rightarrow IMg_D = 200 - \frac{Q_D}{3}\ y\ para\ \max imizar\ \pi:$$

$$200 - \frac{Q_D}{3} = \frac{Q_D}{10} \Rightarrow Q_D^* = 461.54 \Rightarrow P_D = 200 - \frac{461.54}{6} = 123.08$$

A este precio P = 123.08, las empresas periféricas fijan su nivel de producción de acuerdo a:

$Q = 5 * 123.08 - 500 = 115.4.$

El grafico que sigue muestra los resultados encontrados.

Observe el quiebre de la curva de demanda de la empresa dominante. Es una curva de demanda quebrada. Solo se ha graficado la curva de ingreso marginal correspondiente a los precios en el intervalo [200, 100]. Aprecie cómo la curva de oferta periférica está bastante más arriba que la curva de costo marginal de la empresa dominante. Cuando el precio del mercado es 200 no hay espacio para la empresa dominante. Pero debajo de este precio los costos más eficientes de la empresa dominante le permiten ir obteniendo mercado. La empresa dominante igual su ingreso marginal con su costo marginal y determina el nivel de producción maximizador de beneficios. Luego determina el precio para este nivel de producción en su curva de demanda.

Las empresas periféricas toman el precio de la empresa dominante y determinan su nivel de producción mediante su curva de oferta.