

El Mercado de Factores

SOLUCIONARIO PROBLEMAS

Profesor Guillermo Pereyra
guillermopereyra@microeconomia.org
www.microeconomia.org
clases.microeconomia.org

- 1) Determine las demandas ordinarias de factores para dos empresas con las siguientes tecnologías: $Q = K^{0.5} L^{0.5}$; $Q = K^{0.3} + L^{0.3}$, sabiendo que el precio del capital es de 5 y el del trabajo es de 3.

Vamos a encontrar primero, la demanda de trabajo de la primera empresa. Sabemos que la demanda de trabajo es una función del tipo $L = f(W)$ donde las combinaciones (L, W) son las combinaciones óptimas, es decir que maximizan el beneficio del empresario dado un cierto stock de capital K . En consecuencia la demanda de trabajo es una función de corto plazo porque el stock de capital permanece constante.

Como el empresario es un maximizador de beneficios buscará contratar la cantidad óptima de K y de L de tal manera que la tasa marginal de sustitución técnica de factores (la pendiente de la curva isocuanta) sea igual al precio relativo de los factores (la pendiente de la recta de isocosto).

La recta de isocosto está dada por la función $CT = wL + rK$. De otro lado la isocuanta está dada por $Q = K^{0.5} L^{0.5}$. La tasa marginal de sustitución de factores se encuentra mediante:

$$\frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}} = \frac{0.5K^{0.5}L^{-0.5}}{0.5L^{0.5}K^{-0.5}} = \frac{K}{L} = TMgST$$

Y el precio relativo de los factores se encuentra mediante:

$$CT = wL + rK \Rightarrow K = \frac{CT}{r} - \frac{w}{r}L \text{ donde la pendiente de la recta de isocoste es: } \frac{w}{r}$$

En cada combinación óptima (L, w) se cumple que:

$$\frac{K}{L} = \frac{w}{r} \Rightarrow L = \frac{rK}{w} \Rightarrow L = \frac{5K}{w} \text{ que es la función de demanda ordinaria de trabajo.}$$

$$\frac{K}{L} = \frac{w}{r} \Rightarrow K = \frac{wL}{r} \Rightarrow L = \frac{3L}{r} \text{ que es la función de demanda ordinaria de capital.}$$

Observe que la función de demanda ordinaria de trabajo depende del tipo de salario y del stock de capital. Por ejemplo si $K = 2$ entonces $L = 10/w$. Lo mismo en el caso de la demanda ordinaria de capital. Esta función depende del tipo de interés y del stock de trabajo. Por ejemplo si $L = 2$ entonces $K = 6/r$.

En el caso de la segunda empresa:

$$\frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}} = \frac{0.3L^{-0.7}}{0.3K^{-0.7}} = \frac{K^{0.7}}{L^{0.7}} = TMgST = \frac{w}{r} \Rightarrow rK^{0.7} = wL^{0.7}$$

Como $r = 5 \Rightarrow L^{0.7} = \frac{5K^{0.7}}{w} \Rightarrow L = \frac{5^{\frac{1}{0.7}} K}{w^{\frac{1}{0.7}}}$ es la demanda ordinaria de trabajo.

Como $L = 3 \Rightarrow K^{0.7} = \frac{3L^{0.7}}{r} \Rightarrow K = \frac{3^{\frac{1}{0.7}} L}{r^{\frac{1}{0.7}}}$ es la demanda ordinaria de capital.

- 2) Dada la siguiente función de producción para una firma maximizadora $Q = (4/5)(K^{1/4})^{1/2}(L^{1/4})^{1/2}$, sabiendo que $r = 2$ y $w = 1$ y que el presupuesto del productor es de \$150.000. Encuentre las cantidades de factores que este productor debe demandar para maximizar la producción. Explique sus resultados.

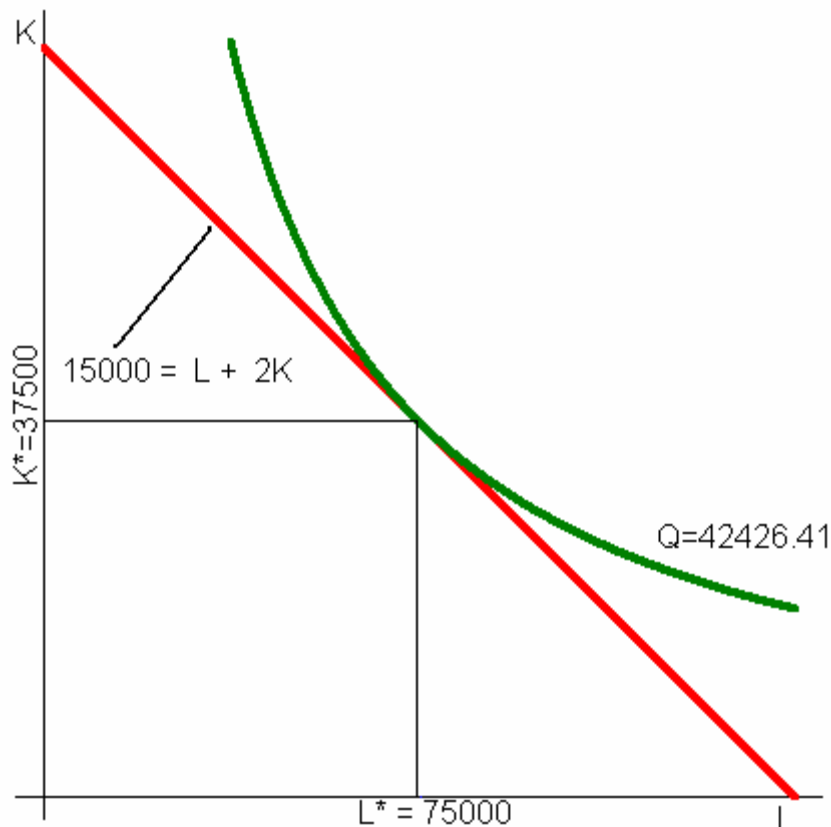
La recta isocoste queda definida por $CT = 150000 = wL + rK \Rightarrow 150000 = L + 2K$. Partiendo de la función de producción podemos hallar la TMgST. La combinación óptima (L^*, K^*) se obtiene cuando la $TMgST = w/L$.

$$\frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}} = TMgST = \frac{2\sqrt{K}}{5\sqrt{L}} = \frac{K}{L} = \frac{w}{r} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = 2K \quad \text{pero: } CT = 150000 = L + 2K$$

$$150000 = 2K + 2K = 4K \Rightarrow K^* = 37500 \Rightarrow L^* = 2 * (37500) = 75000$$

Con esta combinación óptima se obtiene una producción de:

$$Q = \frac{4}{5} K^{1/4^{1/2}} L^{1/4^{1/2}} = \frac{4}{5} 37500^{1/4^{1/2}} 75000^{1/4^{1/2}} = 42426.41$$



Observe el grafico de la izquierda. La combinación óptima de los factores de producción se encuentra allí donde la pendiente de la isocuanta es tangente con la recta de isocosto.

La tasa marginal de sustitución técnica es: $K/L = 1/2 \rightarrow L = 2K$. Por cada unidad de trabajo debe haber dos unidades de capital. Pero el precio relativo de los factores es $w/r = 1/2 \rightarrow w = 2r$. Por el precio de una unidad de trabajo se

obtienen dos unidades de capital. En consecuencia la tasa a la cual técnicamente se pueden cambiar unidades de trabajo por capital es igual a la tasa a la cual en el mercado se puede cambiar unidades de trabajo por capital.

Otra forma de confirmar el resultado óptimo de la compra de factores de producción es comparar el producto marginal por dólar para cada factor. Este se obtiene dividiendo el producto marginal de cada factor entre el precio del factor. En la combinación óptima estos valores deben ser iguales. ¿Cuál es el significado del producto marginal por dólar de factor?

Se trata de estimar la productividad de la inversión de un dólar (aquí un dólar tiene el sentido genérico de una unidad monetaria) en la compra de un factor de producción. En el numerador tenemos el incremento en la producción resultante de haber incorporado una unidad de un factor de producción. En el denominador tenemos el precio de una unidad de un factor de producción. Veamos a cuánto asciende el producto marginal por dólar de factor en nuestro caso:

$$TMg_{ST} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}} = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{w}{r} \Rightarrow \frac{PMg_L}{w} = \frac{PMg_K}{r} \text{ cuando } K = 37500 \text{ y } L = 75000$$

$$PMg_L = \frac{2\sqrt{K}}{5\sqrt{L}} = \frac{2\sqrt{37500}}{5\sqrt{75000}} = 0.2828; \quad PMg_K = \frac{2\sqrt{L}}{5\sqrt{K}} = \frac{2\sqrt{75000}}{5\sqrt{37500}} = 0.5657$$

$$w = 1 \quad y \quad r = 2 \Rightarrow \frac{0.2828}{1} = \frac{0.5657}{2} \Rightarrow 0.2828 = 0.2828$$

Si invertimos un dólar en comprar unidades del factor trabajo, la producción crece en 0.2828 unidades. Y si invertimos un dólar en comprar unidades del factor capital, la producción crece, también, en 0.2828. Por tanto la rentabilidad de la inversión en factores de producción se ha llevado a un nivel óptimo.

¿Qué ocurre si el resultado hubiera sido, por ejemplo $PMg_L/w = 0.5 > PMg_K/r = 0.25$? Que un dólar invertido en trabajo incrementa la producción en 0.5 unidades mientras que el mismo dólar invertido en capital incrementa la producción en apenas 0.25. Lo lógico en este caso es invertir el dólar en trabajo y no en capital. Pero ¿qué hacer si no se cuenta con más dinero para invertir en factores? Como la recta de isocoste nos dice que el presupuesto se agota en la combinación actual de factores, el empresario debe mejorar su productividad invirtiendo más dinero en trabajo y menos en capital. El retiro de unidades de capital financia el mayor gasto en más unidades de trabajo.

- 3) Pepe Lotas, el propietario de la heladería y yogurtería que atiende en el food park de la Ciudad Universitaria, emplea normalmente a dos trabajadores. El negocio logra vender 68 galones de yogurt por día al precio de 5 el galón. Pepe Lotas está pensando contratar más dependientes para poder alargar el horario de atención en la Universidad. Pepe Lotas estima que con un trabajador más podría incrementar sus ventas a 80 galones por día y con dos trabajadores adicionales llegar a 88 galones. Sin embargo la competencia que le hacen los otros negocios le impide incrementar el precio del producto. Pepe Lotas también tiene que competir con otras empresas para contratar trabajadores al salario de mercado de 48 diarios. ¿Cree Ud. que Pepe Lotas debe contratar un trabajador más? ¿Cree Ud. que Pepe Lotas debe contratar dos trabajadores más?

La empresa de Pepe Lotas es competitiva en el mercado de Yogurt. En consecuencia se enfrenta a una función de demanda perfectamente elástica al precio $P = 5$. De otro lado, la empresa de Pepe Lotas es competitiva en el mercado de trabajo. En consecuencia se enfrenta a una función de oferta de trabajo perfectamente elástica al salario $W = 48$.

Con la información del problema se puede estimar el producto marginal del trabajo. Conociendo el PMg_L se puede estimar la demanda de trabajo

de Pepe Lotas. En este caso la demanda es igual al Valor del Producto Marginal (o ingreso del producto marginal para un mercado de factor competitivo). Este se obtiene multiplicando el precio del producto por el PMgL. Para determinar la cantidad óptima de trabajadores que Pepe Lotas debe contratar en dirección ha maximizar el beneficio, igualamos la demanda con la oferta. Como se trata de valores discretos, Pepe Lotas debe contratar trabajadores mientras que el valor del producto marginal del trabajo sea mayor al salario del mercado. Observe el cuadro que hemos elaborado:

L	Q	PMgL	P	P*PMgL	W
2	68	.-	5	.-	48
3	80	12	5	60	48
4	88	8	5	40	48

Con tres trabajadores el valor del producto marginal del trabajo es mayor que el salario, pero con 4 es menor. En consecuencia, si Pepe Lotas quiere maximizar el beneficio, debe contratar 3 trabajadores.

- 4) ¿Por qué el ingreso del producto marginal del factor variable es decreciente en el corto plazo cuando se incrementa su empleo? (el mercado del producto es competitivo).

Si el mercado del producto es competitivo, entonces el ingreso del producto marginal del factor variable (ó valor del producto marginal del factor) es igual a $P \cdot PMgF$. Digamos que el factor variable de producción es el trabajo; entonces $IPMgL = P \cdot PMgL$ ó $VPMgL = P \cdot PMgL$.

Como la empresa se encuentra en el corto plazo, entonces su función de producción es del tipo $Q = f(K, L)$ donde K es un cierto stock de capital, digamos $K = K \rightarrow Q = f(L)$. Si incrementamos el empleo de L se incrementa Q pero a velocidad decreciente. ¿Por qué? Por la ley de los rendimientos decrecientes. En consecuencia el PMgL es decreciente. A medida que se incrementa L disminuye PMgL. Como el $IPMgL = P \cdot PMgL$ y P es constante (porque el mercado del producto es competitivo), entonces cuando se incrementa L disminuye el PMgL y disminuye $P \cdot PMgL$.

- 5) ¿Por qué una empresa perfectamente competitiva en el mercado de factores enfrenta una curva de oferta del factor perfectamente elástica al precio del mercado?

Si el mercado del factor de producción es perfectamente competitivo, entonces deben presentarse las siguientes características:

- Existen muchas empresas que compran y muchas empresas que venden el factor;
- El factor es un servicio homogéneo;
- No existen costos de transacción o los costos de transacción son muy bajos;

- **Existe libre entrada y salida del mercado de factores.**

La primera característica significa que ninguna empresa que compra el factor tiene la capacidad suficiente por el volumen de sus compras para influir el precio de mercado del factor reduciéndolo. También significa que ninguna empresa que vende el factor tiene la capacidad suficiente por el volumen de sus ventas de influir sobre el precio de mercado del factor aumentándolo. En consecuencia, si hay muchas empresas que venden y que compran el precio del factor debe ser único.

La segunda característica significa que todos venden lo mismo y compran lo mismo. Siendo el factor un servicio homogéneo no es posible para nadie establecer la discriminación de precios. Todos pagan lo mismo por lo mismo.

La tercera característica significa que nadie incurre en costos significativos para comprar o vender y, en consecuencia, el precio del factor debe ser siempre el mismo. Téngase en cuenta que la información es el principal componente del costo de transacción. Si un factor se vende en el mercado con una alta rentabilidad, algunos inversionistas estarán interesados en ingresar a vender en este mercado. Para esto necesitan saber cómo producir, cómo vender, etc. Si estos conocimientos se obtienen sin costos significativos o sin ningún costo, entonces el precio del factor debe ser siempre el mismo.

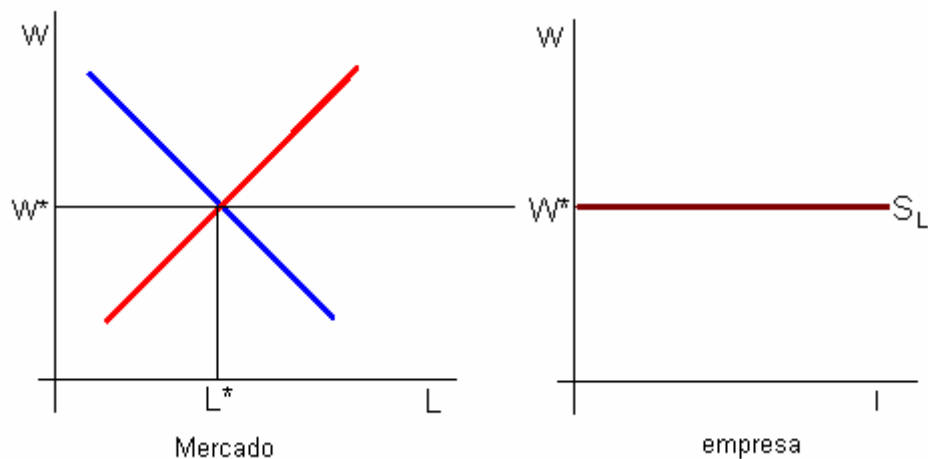
La última característica significa que las empresas que venden el factor pueden salir del mercado si registran pérdidas o que nuevas empresas pueden ingresar con libertad al mercado si encuentran que pueden obtener beneficios. Esto significa que la tasa de rentabilidad es homogénea para todos los factores de producción.

Las tres primeras características de un mercado de factores en competencia perfecta apuntan a que el precio del factor es siempre el mismo. Cualquier empresa puede comprar la cantidad del factor que quiera y pagará siempre el mismo precio. ¿Qué precio? El precio que resulta del mercado competitivo, de la interacción entre la oferta y la demanda del factor.

En el gráfico que sigue se puede apreciar cómo, la interacción de la oferta y la demanda del factor determinan el tipo de salario de equilibrio y la cantidad de trabajo que se contratará en el mercado.

A la derecha de este gráfico del mercado se encuentra el gráfico de la empresa. La empresa es “tomadora de salarios”. La empresa mira el mercado y se informa del tipo de salario. A este tipo de salario puede comprar la cantidad de trabajo que quiera. Su función de oferta es perfectamente elástica a este tipo de salario.

Observe que este comportamiento es conceptualmente equivalente al mercado competitivo de productos.



- 6) Suponga que las curvas de demanda y oferta de trabajo vienen dadas por las siguientes ecuaciones, $L = 32000 - 4000W$, $L = -8000 + 6000W$, donde L es la cantidad de trabajo contratado y W es el salario. Grafique las curvas de demanda y oferta y determine el salario de equilibrio del mercado. Ahora suponga que el gobierno impone un salario mínimo de 5. Muestre el salario mínimo en su gráfico y determine las cantidades demandadas y ofertadas al salario mínimo. Complete el siguiente cuadro:

	Mercado Libre	Salario Mínimo	Efectos sobre el Bienestar
Salario	4	5	
L ofertada	16000	22000	
L demandada	16000	12000	
Desempleo	0	10000	
Excedente Consumidor	32000	18000	-14000
Excedente Productor	21360	32040	10680
Bienestar Social	53360	50040	-3320

$$L = 32000 - 4000W \quad \text{y} \quad L = -8000 + 6000W \Rightarrow L^* = 16000 \quad \text{y} \quad W^* = 4.$$

pero si $W = 5 \Rightarrow L_D = 12000 \quad \text{y} \quad L_S = 22000 \Rightarrow \text{exceso de oferta : desempleo.}$

Al salario de equilibrio del mercado de trabajo no existe desempleo. Pero cuando el Gobierno interviene en el mercado fijando un salario mínimo (25% por encima del salario del mercado) se crea un desequilibrio. Por el lado de la oferta, existen 22000 horas de trabajo pero por el lado de la

demanda de las empresas sólo 12000. En consecuencia se presenta un desempleo de 10000 horas de trabajo.

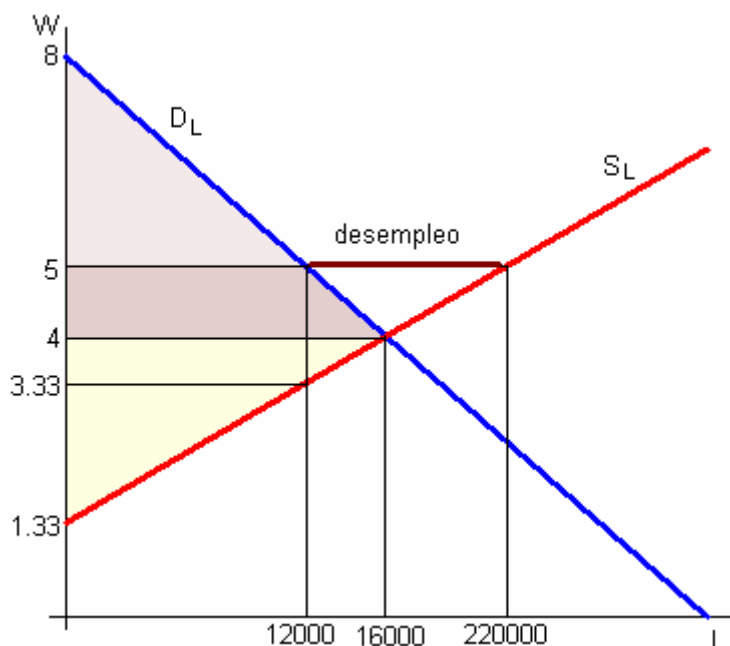
El grafico que sigue permite estimar la información del cuadro de arriba. El excedente del consumidor es el excedente que obtienen las empresas que contratan trabajo. Es igual al área debajo de la curva de demanda y arriba del salario de mercado.

En el caso del salario mínimo, al elevarse el salario se reduce el excedente. Ahora es igual al área debajo de la curva de demanda pero arriba del salario mínimo.

El excedente del productor viene a ser la renta económica de los trabajadores. Es el área debajo del salario de mercado y arriba de la oferta de trabajo.

En el caso del salario mínimo, al elevarse el salario se incrementa la renta, por un lado, pero disminuye por otro lado, en el sentido que se contratan menos trabajadores. La contratación al nivel del salario mínimo está determinada por la demanda. En consecuencia la renta económica es ahora igual al área debajo del salario mínimo hasta el nivel de la demanda y arriba de la función de oferta.

La suma del excedente del consumidor y de la renta económica determina el nivel de bienestar en este mercado de trabajo. Se puede apreciar que el bienestar desde el punto de vista de las empresas disminuye y aumenta desde el punto de vista de los trabajadores. Pero consideran el impacto de conjunto, el mayor bienestar de los trabajadores es menor que el menor bienestar de las empresas generando una pérdida neta de bienestar en este mercado. Esta pérdida neta asciende a 3320.



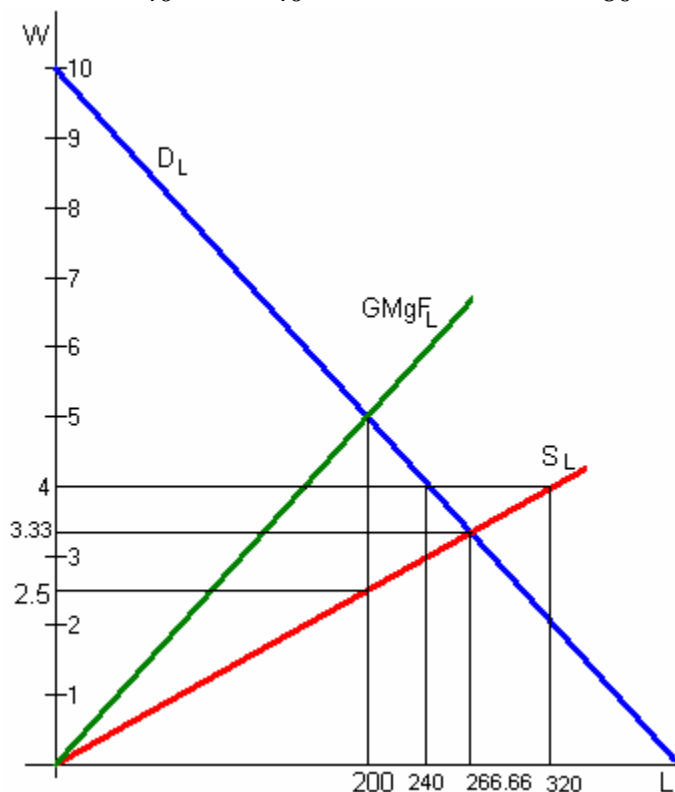
- 7) La mina de Antamina productora de zinc y cobre es la única fuente de trabajo para la provincia de Huarmey. La mina actúa como un monopsonista y enfrenta la siguiente función de oferta de trabajo $L =$

80W. La demanda de trabajo viene dada por la siguiente ecuación:
 $L = 400 - 40W$.

- Estime el salario y el nivel de empleo de equilibrio para el monopsonista. Compare este resultado con el resultado que se hubiera alcanzado si el mercado de trabajo hubiera sido competitivo.
- ¿Qué ocurrirá en el mercado si el gobierno impone un salario mínimo de $W = 4$?
- Grafique los resultados que ha encontrado en las partes a y b anteriores.

La oferta de trabajo del monopsonista $L = 80W \Rightarrow W = L/80$ tiene pendiente positiva. El gasto en el factor es $W \cdot L \Rightarrow GF_L = L^2/80$ y el gasto marginal en el factor es $GMgF_L = L/40$. El monopsonista determina el nivel de empleo igualando el gasto marginal en el factor con la demanda de trabajo. La demanda de trabajo $L = 400 - 40W \Rightarrow W = 10 - L/40$. Luego fija el salario con la función de oferta.

$$GMgF_L = \frac{L}{40} = 10 - \frac{L}{40} \Rightarrow L^* = 200 \Rightarrow W^* = \frac{200}{80} = 2.5$$



En el gráfico de la izquierda se puede apreciar el resultado alcanzado por el monopsonista.

La oferta de trabajo tiene pendiente positiva. Si el monopsonista quiere contratar más trabajo sólo lo conseguirá si estimula el mercado con un salario más alto. Esto provoca que, a diferencia del mercado competitivo de factores, su gasto marginal en el factor sea siempre mayor que el salario.

Es decir, la pendiente del gasto marginal es mayor que la pendiente de la oferta de trabajo (que es

también el gasto medio en el trabajo).

Tenga en cuenta la simetría conceptual con el modelo de monopolio. La demanda del monopolista con pendiente negativa genera que el ingreso marginal sea menor que el precio. Aquí la pendiente positiva de la oferta

del factor provoca que la pendiente del gasto marginal sea mayor que el salario del factor.

El monopsonista maximiza su beneficio si iguala la demanda de trabajo (es decir, el ingreso del producto marginal del factor) con el gasto marginal en el factor. En este punto determina el nivel óptimo de contratación de trabajo, $L^* = 200$. Luego debe determinar el salario a pagar. A partir del punto donde $IPMgF_L = GMgF_L$ el monopsonista baja por una línea vertical hasta encontrar la función de oferta de trabajo. Aquí determina el tipo de salario óptimo, $W^* = 2.5$.

¿Cuál hubiera sido el resultado si el mercado fuera competitivo? En este caso basta igualar la oferta con la demanda y encontramos $L^* = 266.66$ y $W^* = 3.33$. Es decir, se contrata más trabajo y se paga más salario.

Si ahora el Gobierno decide imponer un salario mínimo $W = 4$ la oferta de trabajo será $L = 320$ y la demanda de trabajo $L = 240$, generándose un exceso de oferta que representa un desempleo de $320 - 240 = 80$.

- 8) La empresa CONSERV tiene el monopolio en la producción de conservas de pescado en el Callao. Suponga que no existe ninguna otra empresa en el Callao. La oferta de trabajo viene dada por $W = 10 + 0.1L$, donde W es el salario diario y L es el número de personas-día que trabajan. Las conservas de pescado son producidas de acuerdo a un proceso que puede ser descrito mediante la ecuación $Q = 10L$, donde L es el número de unidades de trabajo diarias y Q el número diario de conservas producidas. La curva de demanda de conservas es $P = 41 - Q/1000$, donde P es el precio y Q es el número de conservas vendidas por día.
- Encuentre el nivel óptimo de producción
 - ¿Cuánta mano de obra se debe emplear? ¿Cuál es la tasa salarial a pagar?
 - ¿Cuál es el precio de las conservas? ¿Estime el beneficio de CONSERV?

Para determinar el nivel óptimo de producción debemos identificar la función de demanda de trabajo. Conocida ésta y dada la función de oferta de trabajo estimamos la función de gasto marginal en el factor trabajo. Con esta función y la de la demanda de trabajo hallamos el nivel óptimo de contratación de trabajo que, dada la función de producción, nos permitirá hallar el nivel óptimo de producción. A la vez, determinado el nivel óptimo de contratación de trabajo encontramos el tipo de salario a pagar en la función de oferta de trabajo.

Como la empresa es un monopolio la demanda de trabajo viene dada por el ingreso del producto marginal del factor. Esto es:

$$IPMgF_L = IMg * PMg_L, \text{ como } Q = 10L \Rightarrow PMg_L = 10$$

$$\text{De otro lado } P = 41 - \frac{Q}{1000} \Rightarrow IMg = 41 - \frac{Q}{500} \text{ en consecuencia:}$$

$$IPMgF_L = (41 - \frac{Q}{500}) * 10 = 410 - \frac{Q}{50} \text{ pero } Q = 10L \Rightarrow IPMgF_L = 410 - \frac{L}{5}$$

Ahora estimamos el gasto marginal en el factor:

$$GMgF_L = \frac{\partial GF_L}{\partial L} \text{ pero } GF_L = WL = (10 + 0.1L)L = 10L + 0.1L^2$$

$$\Rightarrow GMgF_L = 10 + 0.2L$$

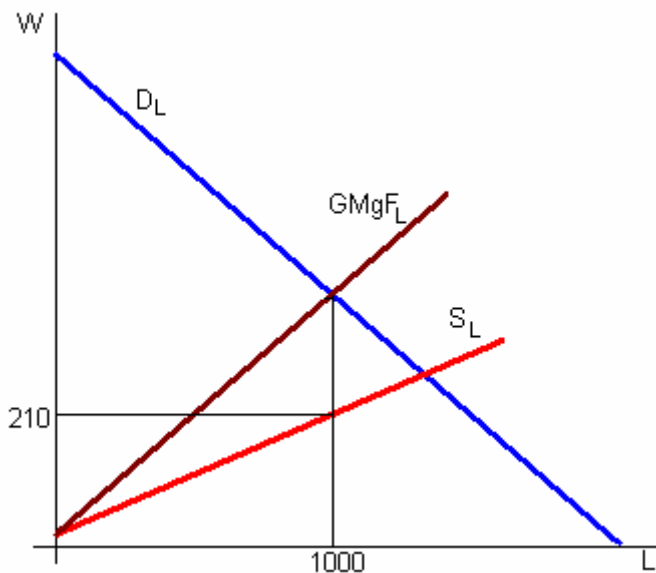
Ahora podemos estimar el nivel óptimo de contratación de trabajo, el salario a pagar y el nivel óptimo de producción:

$$GMgF_L = 10 + 0.2L = IPMg_L = 410 - \frac{L}{5} \text{ resolviendo:}$$

$$L^* = 1000. \text{ Como } W = 10 + 0.1L \Rightarrow W^* = 10 + 0.1 * 1000 = 110$$

además $Q = 10L \Rightarrow Q^* = 10000$ y también podemos estimar el precio del producto:

$$P = 41 - \frac{Q}{1000} \Rightarrow P = 41 - \frac{10000}{1000} = 31$$



El gráfico de la izquierda muestra los resultados obtenidos.

Observe que el gasto marginal en el factor es una curva con una pendiente mayor que la curva de oferta de trabajo. Esta curva es resultado del carácter monopsonístico del mercado de trabajo.

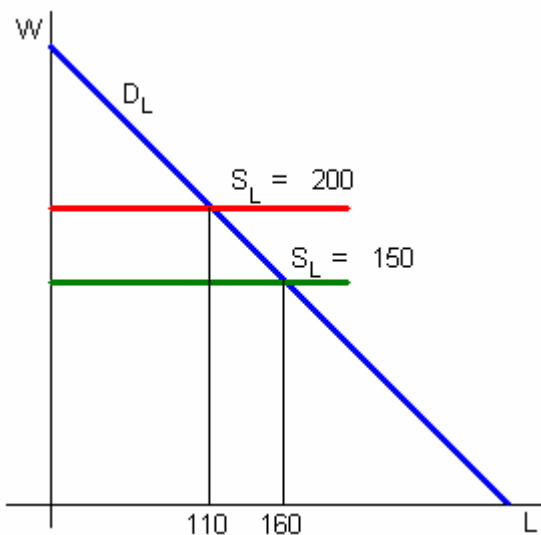
La demanda de trabajo es el ingreso del producto marginal del factor. Y se ha obtenido a partir de la

función de producción de corto plazo y la función de demanda monopólica del producto.

El monopsonista encuentra que es óptimo contratar 1000 unidades de trabajo. Pero no paga estas unidades al nivel del gasto marginal, sino al nivel del gasto medio, es decir, al nivel de la función de oferta. Esto le da un salario de 210.

- 9) Una pequeña empresa en Trujillo produce y vende zapatos en un mercado de competencia P. Su función de producción de corto plazo es: $Q = 6.2L - 0.01L^2$, donde L es el número de trabajadores por semana.
- Si esta empresa vende un par de zapatos en 50 nuevos soles, encuentre su curva de ingreso del producto marginal del trabajo.
 - Si el salario semanal fuera de 200 nuevos soles, ¿cuántos trabajadores contratará?
 - Si el salario semanal descendiera a 150 nuevos soles, ¿cuántos trabajadores contratará?

Como $Q = 6.2L - 0.01L^2 \rightarrow PMg_L = 6.2 - 0.02L \rightarrow IPMg_L = P \cdot PMg_L = 50(6.2 - 0.02L) = 310 - L \rightarrow$ Demanda de Trabajo: $W = 310 - L$; si $W = 200 \rightarrow L^* = 110$. Si el salario desciende a $W = 150 \rightarrow L^* = 160$.



Observe como en el caso del mercado de factores competitivo, la oferta de trabajo para la empresa es perfectamente elástica al salario del mercado.

Cuanto menor el salario de mercado mayor la cantidad demandada de trabajo. Esto porque a mayor cantidad de trabajadores el producto marginal tiende a disminuir por la presencia de la ley de los rendimientos decrecientes.

- 10) Herramientas del Norte ensambla Taladros eléctricos de 3/8 bajo la marca ISKRA PERLES. Su función de producción de corto plazo es: $Q = 60L - L^2/2$, donde L es el número de trabajadores contratados por semana. La curva de demanda que enfrenta en el mercado es: $P = 100 - Q$. Determine su curva de ingreso del producto marginal del trabajo.

En este caso el $IPMg_L = IMg \cdot PMg_L$. Como $P = 100 - Q \rightarrow IMg = 100 - 2Q$. Como $Q = 60L - L^2/2 \rightarrow IMg = 100 - 2(60L - L^2/2) = 100 - 120L + L^2$. Además $PMg_L = 60 - L$. En consecuencia:

$IPMg_L = (100 - 120L + L^2)(60 - L) \rightarrow$ La demanda de trabajo de ISKRA PERLES es:
 $W = 180L^2 - 7300L - L^3 + 6000$.

- 11) Observe la información del siguiente cuadro. El precio del producto es \$1.50. Encuentre el ingreso del producto marginal del trabajo para esta

empresa perfectamente competitiva. ¿cuántos trabajadores debe contratar esta empresa maximizadora de beneficios si el salario es \$10 la hora?

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q	0	20	38	54	68	80	90	98	104	108

La información discreta del cuadro de arriba se puede organizar de manera vertical como se muestra a continuación. Esta disposición nos permite incorporar las columnas con el precio del producto (que corresponde a un mercado competitivo) y el salario del trabajo (que corresponde a un mercado competitivo). Conociendo la información discreta de la función de producción se puede estimar el producto marginal del trabajo. Finalmente hemos estimado el ingreso del producto marginal del trabajo. Este es igual a la columna del precio del producto multiplicado por la columna del producto marginal.

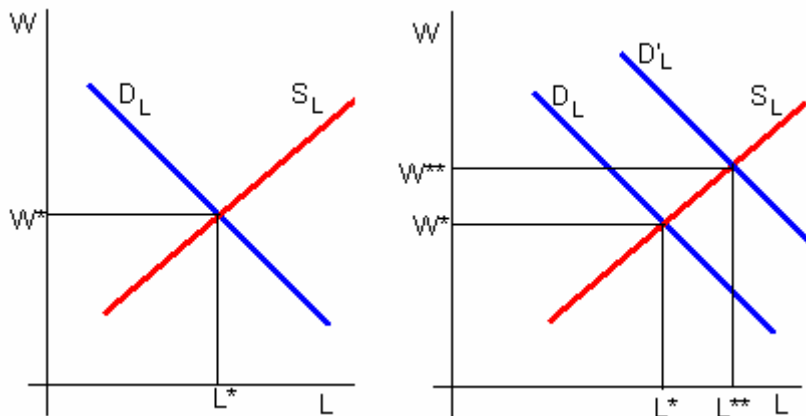
Para determinar el nivel óptimo de contratación de trabajo, observamos la columna del ingreso marginal del trabajo (demanda de trabajo) con la columna del salario (oferta de trabajo). Mientras el ingreso del producto marginal del trabajo sea mayor que el salario el empresario debe seguir contratando trabajo. En este caso la empresa debe contratar hasta 7 unidades de trabajo. En este nivel el ingreso del producto marginal es $12 > 10$. Si contratara una unidad de trabajo adicional entonces $9 < 10$.

L	Q	PMgL	P	P*PMgL	W
0	0	.-	1.5	.-	10
1	20	20	1.5	30	10
2	38	18	1.5	27	10
3	54	16	1.5	24	10
4	68	14	1.5	21	10
5	80	12	1.5	18	10
6	90	10	1.5	15	10
7	98	8	1.5	12	10
8	104	6	1.5	9	10
9	108	4	1.5	6	10

- 12) Explique cómo y por qué las siguientes situaciones podrían afectar el nivel de los salarios y el empleo de enfermeras. Emplee gráficos de oferta y demanda para ilustrar su respuesta.
- Existe un porcentaje cada vez mayor de la población con una edad por encima de los 65 años. La mayor parte de ellos cuenta con los servicios de ESSALUD.
 - El Congreso acaba de aprobar una ley que subsidia la compra de equipos de monitoreo para hospitales.
 - Se ha aprobado una nueva ley que permite a los contribuyentes deducir gastos de estudios y de entrenamiento vocacional.

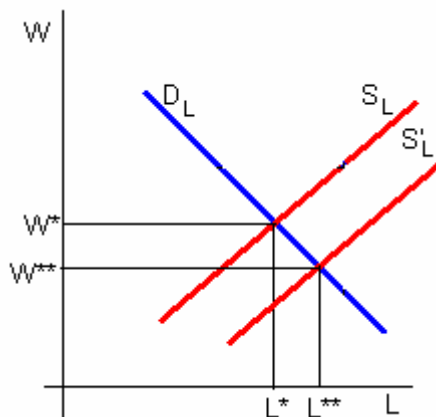
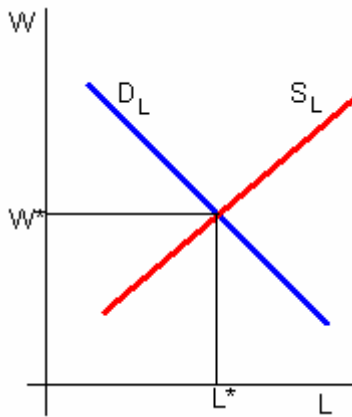
Asumimos que el mercado de trabajo de las enfermeras se encuentra en equilibrio. El salario del mercado es W^* y el nivel de empleo es L^* .

Si la proporción de la población con edad por encima de los 65 años se incrementa, entonces se incrementa la tasa de morbilidad de esta parte de la población, lo que es equivalente a una expansión de la demanda por atención de salud que, a su vez, se traduce en un incremento en la demanda del servicio de enfermeras. Dada la oferta de trabajo que permanece constante, el tipo de salario se incrementará y también se incrementará el nivel de empleo.

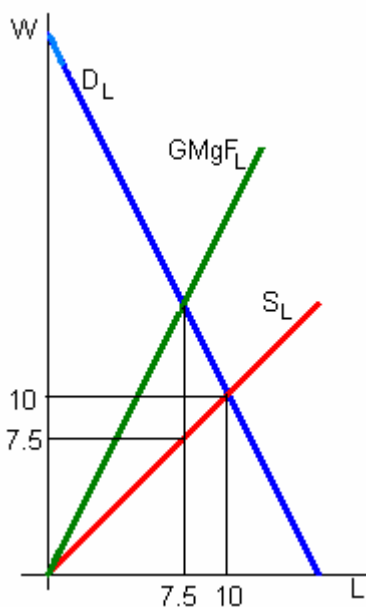


Si el Congreso aprueba una ley que subsidia la compra de equipos de monitoreo para hospitales, equipos para los que se demanda el empleo de enfermeras, la demanda de estos equipos se incrementará incrementando la demanda de trabajo para las enfermeras. El resultado es el mismo que antes. La demanda de trabajo para enfermeras se desplaza a la derecha, la oferta de trabajo no se modifica, sube el salario de mercado y aumenta el nivel de empleo. El grafico de arriba explica tanto la primera situación como ésta segunda.

Finalmente, si se aprueba una ley que permite deducir los gastos de estudio y de entrenamiento vocacional, entonces la disposición para seguir estudios de enfermería se incrementa, incrementando la oferta de trabajo. Dada la demanda de trabajo de las enfermeras, que permanece constante, el salario de mercado disminuye aunque el nivel de empleo se incrementa.



- 13) Observe la siguiente función de producción: $Q = 30L - L^2$. La oferta de trabajo está dada por $W = L$.
- Estime el producto marginal del trabajo
 - La empresa es competitiva en el mercado de productos y el precio que obtiene es de \$1. ¿Cuál es el ingreso del producto marginal del trabajo?
 - Halle la función de demanda de trabajo de la empresa.
 - Asumamos que el mercado de factores es perfectamente competitivo. La empresa está contratando normalmente 10 unidades de trabajo. ¿Cuál es el salario del mercado?
 - Suponga ahora que la empresa es el único empleador de la ciudad. ¿Cuánto cambia la cantidad de trabajo contratado y el salario?



Como $Q = 30L - L^2 \rightarrow PMg_L = 30 - 2L$. Si $P = 1 \rightarrow IPMg_L = P \cdot PMg_L = 30 - 2L$. En consecuencia la demanda de trabajo de esta empresa es $W = 30 - 2L$. Si $L = 10 \rightarrow W = 30 - 2 \cdot 10 = 10$.

Si ahora el mercado de trabajo no es competitivo sino que la empresa es el único empleador entonces la oferta de trabajo para la empresa es $W = L$, el gasto en el factor es $GF_L = W \cdot L = L^2$ y el gasto marginal en el factor es $GMgF_L = 2L$. La empresa determina el nivel óptimo de contratación de trabajo igualando el gasto marginal en el factor con el ingreso del producto marginal del factor: $30 - 2L = 2L \rightarrow L^* = 7.5$. De acuerdo con la oferta de trabajo si $L = 7.5 \rightarrow W = 7.5$.

En consecuencia, si el mercado de trabajo pasa de ser competitivo a monopsónico, el salario pasa de 10 a 7.5 (una pérdida del 25%) y el nivel de empleo pasa de 10 a 7.5 (una contracción del 25%).

- 14) En el Perú los trabajadores con ingresos anuales menores a 4000 dólares no tienen que pagar el impuesto a la renta. El impuesto es del 30% a partir de los 4000 dólares de ingresos anuales. El Gobierno ha decidido mediante un programa de auxilio a la pobreza y de reactivación de la economía, entregar 2000 dólares a cada trabajador. Encuentre la recta de presupuesto para este caso y analice el impacto de estas medidas sobre la curva de oferta de trabajo.

Para analizar este programa del Gobierno sobre la curva de oferta personal de corto plazo de los trabajadores, primero vamos a analizar cómo se determina la curva de oferta de trabajo.

Se trata de una curva de trabajo personal y de corto plazo. Vale decir, depende de las preferencias de cada trabajador y de las circunstancias del corto plazo. Las preferencias de cada trabajador se resuelven entre dos elecciones, el ocio o el ingreso. Entendemos por ocio todas aquellas actividades que el trabajador realiza si no está trabajando y que, precisamente por eso, no le generan un ingreso. El trabajo, en consecuencia, es la única actividad que genera ingreso al trabajador. (Suponemos que el trabajador no es propietario de activos generadores de renta. La incorporación de este aspecto no afecta para nada el análisis que vamos a realizar).

Digamos también que la disposición del tiempo para el ocio como para el trabajo queda restringida a 16 horas por día. Esto quiere decir que existen $24 - 16 = 8$ horas del día cuyo destino no está sujeto a elección. Con esto se quiere decir que entre el sueño, la alimentación y el descanso se consumen al menos 8 horas. Sobre las 16 horas restantes, el trabajador tiene amplia libertad para destinarlas al ocio, o al ingreso (por vía del trabajo) o a una combinación de ocio e ingreso.

Como el programa del Gobierno se orienta a los trabajadores de menores ingresos y como el impuesto a los ingresos se paga a partir de los 4000 dólares, asumimos que este es el ingreso máximo de un trabajador y por tanto nunca paga impuestos.

El ingreso máximo debe corresponder al destino máximo del tiempo disponible para el trabajo. Es decir, se obtiene el ingreso máximo si se trabaja 16 horas diarias. Esto representa un salario hora diario anual de $4000 / 16 = 250$. Naturalmente si el ocio es el máximo entonces el trabajo se reduce a un tiempo de cero horas diarias anuales y entonces el ingreso es cero.

El trabajador tiene que optar por una cierta combinación entre ingreso y ocio. Si W es el tipo de salario, el ingreso del trabajador viene dado por $I = WL$ donde L es el número de horas diarias anuales de trabajo. De otro lado la disponibilidad de horas diarias anuales es 16, que se distribuyen

entre el ocio y el trabajo, en consecuencia $16 = O + L$, donde O es el número de horas diarias anuales de ocio.

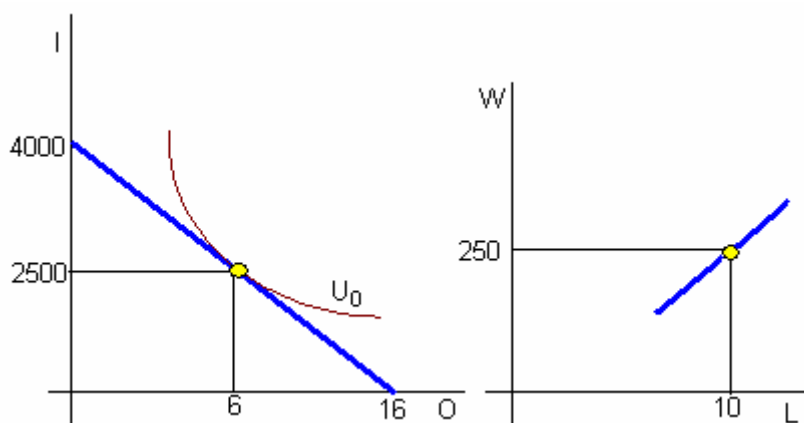
Como $I = WL \rightarrow L = I / W$ y como $16 = O + L \rightarrow 16 = O + I / W$ y despejando I tenemos:

$I = 16W - WO$, pero $W = 250$ en este caso específico $\rightarrow I = 4000 - WO$. Esta viene a ser la recta de presupuesto del trabajador antes de la aplicación del programa del Gobierno. Supongamos ahora que la función de utilidad del trabajador $U = f(I, O)$, es una función como $U = I^{1/2}O^{1/2}$. Este tipo de función de utilidad genera curvas de indiferencias convexas y suaves.

En el grafico que sigue se muestra la combinación óptima entre ocio e ingreso para un cierto trabajador. El trabajador obtiene el máximo nivel de utilidad si destina 6 horas diarias anuales al ocio y $16 - 6 = 10$ horas diarias anuales al trabajo. Trabajando 10 horas diarias anuales con un salario de 250 obtiene 2500 de ingresos anuales y no paga impuestos. En el grafico de la derecha se ha dibujado la combinación (W, L) . Al salario de 250 le corresponde una oferta de trabajo de corto plazo de 10 horas diarias anuales por parte de este trabajador. Este punto constituye entonces un punto de la curva de oferta de trabajo de este trabajador.

¿Cómo obtener los otros puntos de la curva de trabajo que permitan delinear la función de oferta de trabajo de corto plazo de este trabajador? Bastará con asumir un salario distinto a 250 y encontrar otra combinación óptima entre L y O . Esta combinación óptima se encontrará en el punto de tangencia de una de las curvas de indiferencia de la función de utilidad del trabajador con la nueva recta de presupuesto. Esta combinación se puede llevar al grafico de la curva de oferta y entonces trazar la función respectiva. Como se ha hecho en el grafico se presume una curva de oferta de trabajo de corto plazo de pendiente positiva.

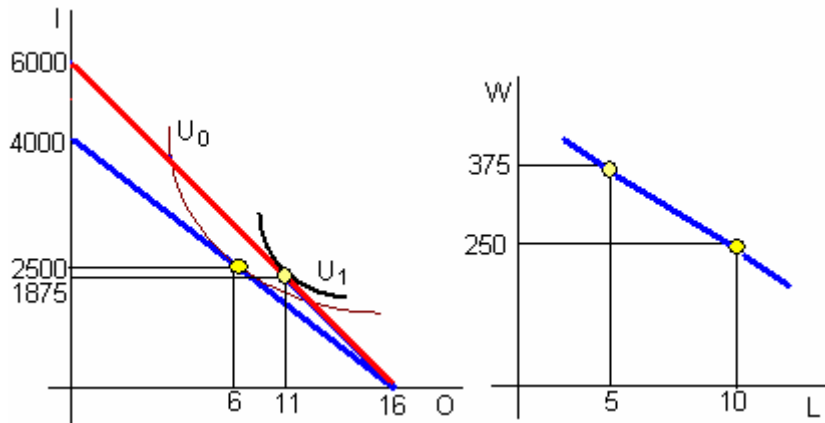
Sin embargo esto no es necesariamente cierto. Pudiera ser que el trabajador ante un salario más alto prefiera más el ocio al trabajo. En este caso la curva de oferta de trabajo de corto plazo tendría pendiente negativa y no positiva.



El lector entrenado en la teoría del consumidor, encontrará que este es un caso conceptualmente equivalente a la presencia de los bienes Giffen. Estos bienes tienen una curva de demanda de pendiente positiva. Mientras

mayor el precio mayor la cantidad demandada.

Sin embargo no ha sido posible demostrar la existencia real de tal tipo de bienes. Pero en el caso de la oferta de trabajo, una pendiente positiva significa que a mayor salario se oferta menor trabajo y esto sí encuentra a menudo en el mundo real. Veamos el grafico correspondiente.



Digamos que el salario se incrementa de 250 hora diaria anual a 375, un 50% de incremento.

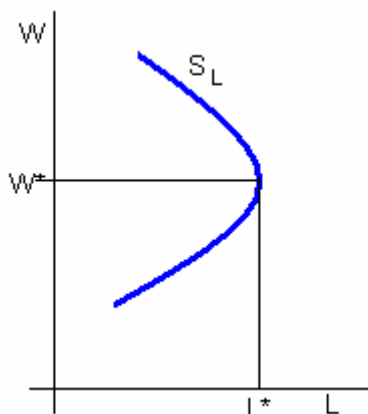
Esto hace girar la recta de presupuesto en sentido antihorario hasta alcanzar el

ingreso máximo de 6000 ($16 \cdot 375$). Entonces la combinación (2500, 6) deja de ser óptima. Ahora el trabajador está en condiciones de alcanzar una curva de indiferencia más alta, que le brinda un mayor nivel de satisfacción.

Supongamos que esa nueva curva de indiferencia es U_1 . Con esta nueva curva de indiferencia la combinación óptima ahora es (1875, 11). El trabajador opta por un mayor ocio, 11 horas diarias anuales. En consecuencia elige 5 horas diarias anuales para el trabajo, que le reportan un ingreso anual de 1875 ($5 \cdot 375$).

Observe que al subir el salario en 50% el ocio se incrementa y la cantidad de trabajo ofertada disminuye. Esto permite construir la curva de oferta de trabajo de corto plazo del lado derecho de la grafica. Esta curva de oferta tiene una pendiente negativa. A mayor salario menor cantidad de trabajo ofertada.

En consecuencia, de acuerdo con el modelo presentado, es posible construir una función de oferta personal de corto plazo tanto con



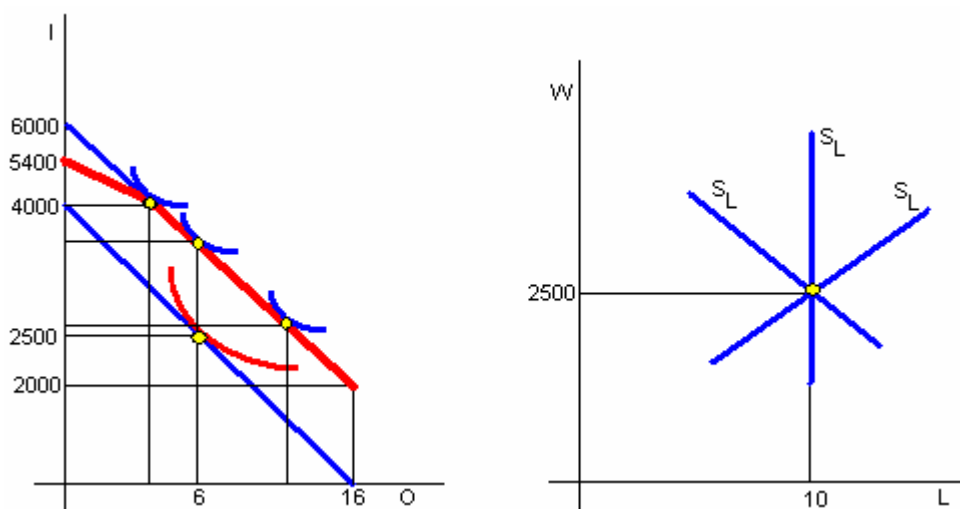
pendiente positiva como con pendiente negativa. Aquella con pendiente positiva parece lógica. Si me pagan más estoy dispuesto a trabajar más. Pero aquella con pendiente negativa no es tan lógica, o parece no ser tan lógica. Si me pagan más estoy dispuesto a trabajar menos.

¿Cuál es la verdadera pendiente de la función de oferta personal de corto plazo? Pues ambas pendientes son correctas. Observe el grafico de la izquierda.

Este grafico se puede obtener de la misma manera que los anteriores. Vamos incrementando el tipo de salario (la recta de presupuesto “se para”) y vamos alcanzando nuevas curvas de indiferencia y nuevas combinaciones óptimas de ingreso y ocio.

Cuando los salarios son bajos, el trabajador está dispuesto a ofertar más trabajo por mayores salarios. Pero a partir de un cierto nivel del salario, W^* , en nuestro caso, el trabajador prefiere ofertar menos trabajo a pesar que los salarios fueran mayores que antes. ¿Por qué? Probablemente porque el trabajador empieza a valorar más el ocio que el trabajo. Recuerde que el ocio implica todas aquellas otras actividades distintas al trabajo. Leer un libro, pasear con la familia, o estar simplemente en casa, es más satisfactorio que estar en la fábrica generando más ingresos a tasas más altas. Por supuesto, siempre que el trabajador considere que con el salario W^* sus principales necesidades están satisfechas.

Pero luego de esta larga reflexión respecto a la función de oferta de trabajo de corto plazo, volvamos al programa del Gobierno. En este programa el Gobierno incrementa los ingresos en 2000 anuales.



Observe el grafico de arriba. Presenta dos rectas de presupuesto. La de color azul es la recta de presupuesto original. Sobre ella se encuentra la curva de indiferencia más alta posible y la combinación óptima. Este trabajador en particular, bajo las condiciones presentes, maximiza su bienestar con 6 horas diarias anuales de ocio y 10 de trabajo que le permiten obtener un ingreso anual de 2500.

La otra recta de presupuesto es de color rojo. Se ha construido a partir de la primera, desplazándola verticalmente una distancia igual a 2000 dólares. Este es el resultado del programa del Gobierno. Desplaza hacia arriba la recta de presupuesto original. Sin embargo esta nueva recta de presupuesto no llega a interceptar el eje vertical. ¿Por qué? Por encima de los 4000 dólares los trabajadores deben pagar impuestos. 30% sobre el exceso. En este caso el ingreso máximo no es de $6000 = 4000 + 2000$ sino $5400 = 4000 + 70\% \cdot 2000$. Y entonces la nueva recta de presupuesto hace

un quiebre aquí y gira en sentido antihorario. La nueva recta de presupuesto es una recta quebrada.

Es claro hasta aquí, que el ingreso resultante del trabajo, se incrementa con el ingreso libre proporcionado por el Gobierno en un monto de 2000 dólares. ¿Cuál es ahora la nueva combinación de equilibrio?

Si el trabajador escoge la combinación óptima que se encuentra arriba en línea vertical de la anterior combinación óptima, entonces su curva de oferta de trabajo sería vertical. Si el trabajador escoge la combinación óptima que se encuentra arriba a la derecha de la anterior combinación óptima, entonces su curva de oferta de trabajo tendría pendiente negativa. Observe que en este caso el trabajador opta por mayores horas de ocio y menores de trabajo gracias al mayor ingreso que obtiene del Gobierno. En este caso el mayor ingreso le permite obtener el salario adecuado para que su curva de oferta de trabajo se curve a la izquierda haciéndose de pendiente negativa.

Si el trabajador escoge la combinación óptima que se encuentra arriba a la izquierda, entonces la curva de oferta de trabajo tiene pendiente positiva. El trabajador, a pesar del mayor ingreso prefiere incrementar sus horas de trabajo.

El Gobierno tendría que tener claro cuál es la situación de los trabajadores en general. Si el salario promedio actual es de tal naturaleza que con un ingreso adicional del Gobierno se alcanza el salario que hace que la curva de oferta se curve hacia la izquierda, entonces no es conveniente aplicarlo. Si por el contrario el nivel promedio de los salarios es bajo, el programa del Gobierno incrementaría los ingresos y la curva de oferta de trabajo seguiría teniendo una pendiente positiva. En este caso, el programa del Gobierno es conveniente porque incrementa la demanda al incrementar el ingreso y la oferta sigue teniendo una pendiente positiva.

Es lógico pensar que el Gobierno no está interesado en promover que la curva de oferta de trabajo tenga pendiente negativa.

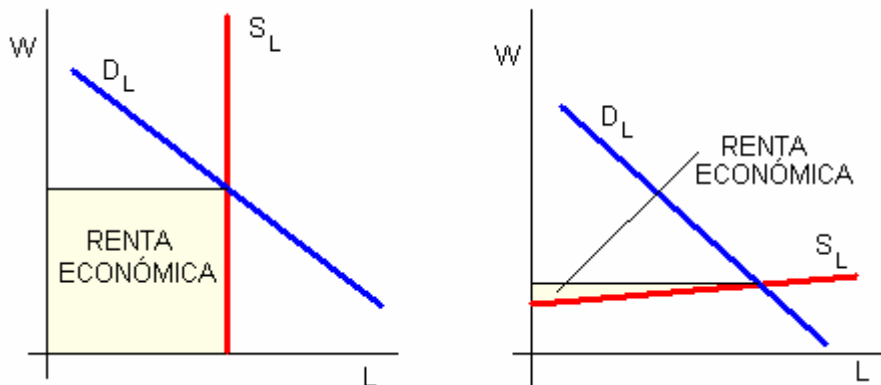
15) Explique:

- a) Romario cobró 100000 dólares por su participación en el comercial de una marca de teléfonos celulares. El comercial tuvo una duración de 20 segundos y también participó otro jugador quien recibió 250 dólares.
- b) El expresidente Fujimori decidió pagarle 15 millones de dólares a Vladimiro Montesinos para que deje de ser funcionario del Servicio de Inteligencia Nacional.

En el caso de Rosario, su curva de oferta de trabajo se puede representar como una vertical. De esta manera se indica que él es único en el tipo de trabajo que desarrolla. Que, en consecuencia, su salario es determinado

por la oferta. Y, en consecuencia, la renta económica que obtiene es bastante alta. Esta renta es igual al área del rectángulo que se forma entre el salario, los ejes y la curva de oferta.

En el otro caso, el nivel de sustituibilidad en el trabajo del otro jugador, es tan alto que su curva de oferta es muy elástica y en consecuencia la renta económica es muy pequeña. Tenga en cuenta, que estamos asumiendo que Rosario es insustituible. Si consideramos también que el otro jugador es perfectamente sustituible, entonces su curva de oferta sería horizontal y la renta económica, cero.



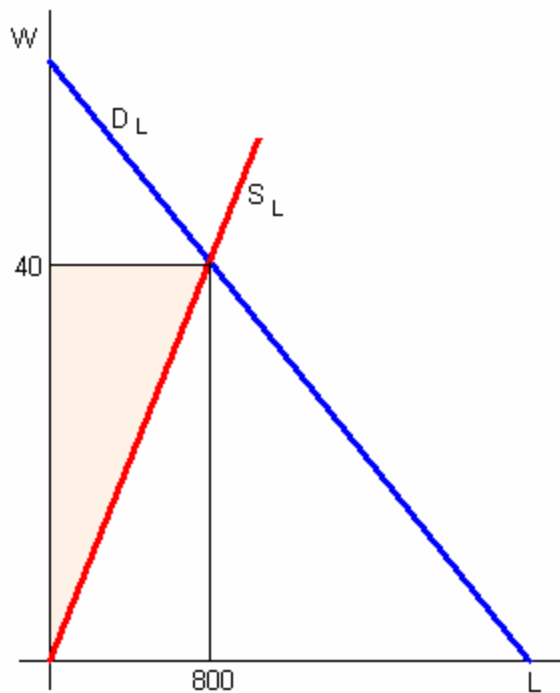
En el caso de Vladimiro Montesinos se puede sostener un argumento equivalente. El inmenso poder que tenía lo convertía en insustituible, constituyendo una curva de oferta de trabajo muy inelástica con una renta económica bastante alta.

- 16) La función de producción de una empresa es $Q = 12L - L^2$. Encuentre la curva de demanda de la empresa si el producto se vende a 10 en un mercado competitivo. Estime el número de trabajadores que contratará la empresa si el salario es de 30?

Como $Q = 12L - L^2 \rightarrow PMg_L = 12 - 2L$. Si $P = 10 \rightarrow IPMg_L = P \cdot PMg_L = 120 - 20L$. Si $W = 30 \rightarrow 30 = 120 - 20L \rightarrow L^* = 4.5$.

- 17) La demanda de trabajo de una industria es $L = 1200 - 10W$. La curva de oferta está dada por $L = 20W$. Calcule la renta económica de los trabajadores en esta industria.

Primero determinamos el salario y el nivel de empleo de equilibrio. $1200 - 10W = 20W \rightarrow W^* = 40$ y $L^* = 800$.



La renta económica se puede estimar a partir del grafico de la izquierda. Se trata del área del triángulo debajo del salario de mercado y arriba de la oferta de trabajo del mercado.

$$RE = (40 \cdot 800) / 2 = 16000$$

- 18) La demanda de trabajo de una industria es $L = 1200 - 10W$ y la oferta $L = 10W - 300$. Suponga que el trabajo es controlado por un sindicato que busca maximizar la renta económica de sus miembros. Estime el salario y la cantidad de trabajo.

Si el sindicato busca maximizar la renta económica entonces determinará el salario al nivel en que el ingreso marginal del trabajo sea igual al costo marginal del mismo.

¿Qué es, en este caso, el ingreso marginal del trabajo? El sindicato actúa como un monopolista. Esto quiere decir que su curva de demanda es la curva de demanda del mercado y tiene, en consecuencia, una pendiente negativa. Si quiere "vender" más debe bajar el "precio". En nuestro caso la demanda del sindicato es la demanda de trabajo (que a su vez es el ingreso del producto marginal del trabajo) y el ingreso marginal de esta demanda de trabajo es:

$$L = 1200 - 10W \Rightarrow W = 120 - \frac{L}{10}. \text{ El "ingreso total" del sindicato es:}$$

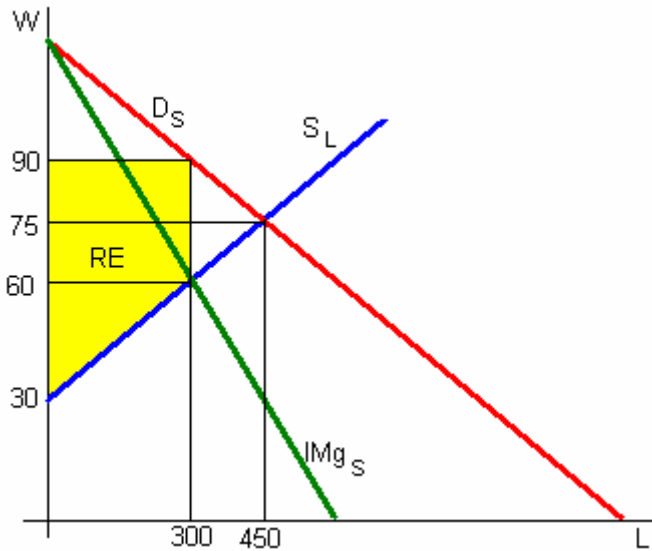
$$IT = W * L = 120L - \frac{L^2}{10} \Rightarrow \text{El "ingreso marginal" del sindicato es:}$$

$$IMg = 120 - \frac{L}{5}.$$

$120 - L/5$ nos informa de cuánto se incrementan los ingresos totales del sindicato cuando se contrata un trabajador adicional. La función de oferta de trabajo es igual al costo marginal de colocar un trabajador más. Igualando estas funciones obtendremos el salario y el nivel de empleo que maximiza la renta económica de los trabajadores.

$$\text{Como } L = 10W - 300 \Rightarrow W = 30 + \frac{L}{10} \Rightarrow 120 - \frac{L}{5} = 30 + \frac{L}{10} \Rightarrow L^* = 300 \text{ y } W^* = 90.$$

Observe el grafico de la siguiente página. La demanda de trabajo del mercado es la demanda del sindicato, D_S . Para esta demanda se ha calculado el ingreso marginal del sindicato, IMg_S . La otra curva relevante es la de oferta de trabajo.



Observe ahora la solución si el mercado de trabajo fuera competitivo. Se iguala la demanda de trabajo del mercado con la oferta de trabajo del mercado. El resultado es un nivel de empleo de 450 y un salario de 75. Si ahora el sindicato ingresa al mercado y tiene por objetivo maximizar la renta económica de los trabajadores, entonces el sindicato buscará salarios más altos restringiendo la contratación de trabajadores. Igualando el ingreso marginal con la

función de oferta, se encuentra que puede colocar 300 trabajadores y elevar el salario a 90, con lo que logra maximizar la renta económica.

¿Ha cuánto asciende la renta económica de los trabajadores? El área en amarillo, área debajo del tipo de salario fijado por el sindicato y arriba de la función de oferta de trabajo, es:

$$(90-60)*300 + (60 - 30)*(300/2) = 13500.$$

¿Ha cuánto asciende la renta económica si el mercado fuera competitivo? $(75 - 30)*(450/2) = 10125$. En consecuencia el sindicato está cumpliendo el objetivo de maximización de la renta económica.

- 19) La curva de demanda de un monopolista es $P = 100 - 2Q$. Su función de producción es $Q = 2L$ y el precio por unidad del trabajo es 4. ¿Cuántos trabajadores contratará el monopolista? ¿Cuántos trabajadores serían contratados si la industria fuera competitiva (asumiendo que todas las empresas en la industria tienen la misma función de producción)?

Como $P = 100 - 2Q \Rightarrow IMg = 100 - 4Q = 100 - 4(2L) = 100 - 8L$. De otro lado, $PMg_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = 2 \Rightarrow$

$IPMg_L = (100 - 8L) * 2 = 200 - 16L$. La demanda de trabajo del monopolista es

$W = 200 - 16L$, pero $W = 4 \Rightarrow L^* = 12.25$.

Si la industria fuera competitiva y todas las empresas tienen la misma función de producción, entonces basta igualar la demanda de trabajo con la oferta de trabajo. Pero ahora la demanda de trabajo es igual al precio del producto multiplicado por el producto marginal del trabajo:

$$W = P * PMg_L = (100 - 2Q) * 2 = (100 - 4L) * 2 = 200 - 8L = 4 \Rightarrow L^* = 24.5$$

Observe que el nivel de empleo si el mercado fuera competitivo, es el doble del nivel de empleo cuando el mercado es monopolístico.

20) La oferta de trabajo de una industria es $W = 10 + 0.1L$. La función de producción del monopolista en este mercado es $Q = 10L$. La curva de demanda del monopolista es

$$P = 41 - Q/1000.$$

- Estime el nivel de producción que maximiza el beneficio del monopolio
- Estime la cantidad de mano de obra empleada
- Estime el salario
- Estime el precio del producto

Se puede apreciar que la oferta de trabajo tiene pendiente positiva. Si el monopolista quiere contratar más trabajadores sólo lo conseguirá pagando un salario más alto. En consecuencia la función de gasto marginal en el factor está por encima de la función de oferta. De otro lado debemos estimar la demanda de trabajo del monopolista. Esta demanda es su ingreso del producto marginal del trabajo y es igual al ingreso marginal por el producto marginal.

$$P = 41 - \frac{Q}{1000} \Rightarrow IMg = 41 - \frac{Q}{500} \text{ pero } Q = 10L \Rightarrow IMg = 41 - \frac{10L}{500} \Rightarrow IMg = 41 - \frac{L}{50}$$

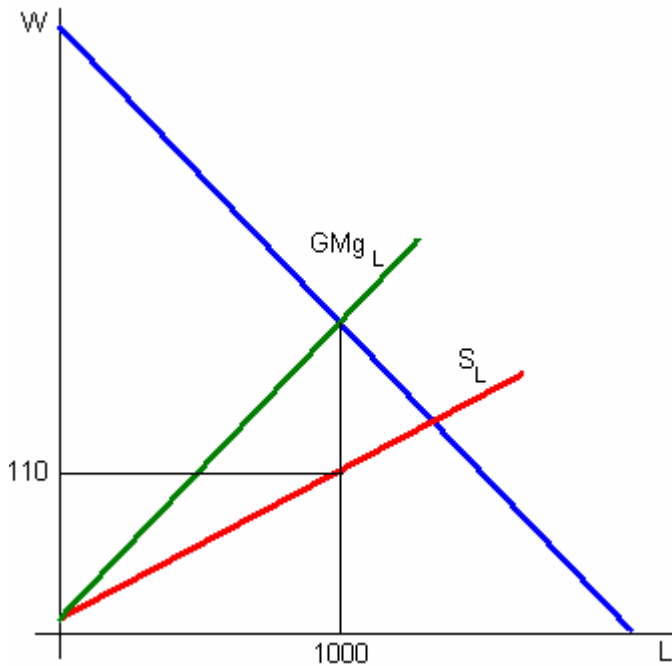
$$\text{de otro lado sabemos que: } PMg_L = 10 \Rightarrow IPMg_L = (41 - \frac{L}{50}) * 10 = 410 - \frac{L}{5}$$

En consecuencia $W = 410 - \frac{L}{5}$. Ahora estimamos el gasto marginal en el trabajo:

$$W = 10 + 0.1L \Rightarrow GMg_L = 10 + 0.2L \Leftrightarrow 410 - \frac{L}{5} = 10 + 0.2L \Rightarrow L^* = 1000$$

$$W = 10 + 0.1 * 1000 \Rightarrow W^* = 110.$$

$$\text{Como } L^* = 1000 \Rightarrow Q = 10 * 1000 = 10000 \quad \text{y} \quad P = 41 - \frac{10000}{1000} = 31.$$



El nivel de contratación óptimo para el monopolista se determina allí donde se encuentra la demanda de trabajo con el gasto marginal en el factor.

A partir de este nivel de empleo determinamos el salario que se debe pagar mediante la función de oferta. Observe que el monopolista paga por debajo del gasto marginal en el factor.

Si el mercado de factores

fuera competitivo, el monopolista determinaría el nivel de empleo allí donde su curva de demanda se encuentra con la curva de oferta de trabajo (gasto medio en el trabajo). Allí mismo se determina el salario.

El resultado es un salario más alto y un mayor nivel de empleo.

- 21) En los últimos años la población de Lima y Callao está consumiendo yacón. Se trata de un tubérculo que se come crudo y tiene un sabor agradable. La ventaja del yacón está en su bajo contenido de azúcares lo que provoca una fuerte demanda de la población que padece diabetes mellitus. La demanda del yacón se estima en $Q = 1000 - P$. Existe una sola empresa que se encarga de la distribución del yacón. Este distribuidor compra el yacón a un precio de W nuevos soles kilo al único productor cuyas tierras se encuentran en la parte alta de Canta. El productor de yacón es un monopolista maximizador de beneficios y sus costos de producción son cero. (Asumimos que la naturaleza es prodiga en Canta y permite la producción natural y continua del yacón).
- Calcule el precio del distribuidor
 - Calcule el volumen de ventas de yacón del distribuidor
 - Calcule el precio que cobra el productor de yacón
 - Calcule el nivel de producción de yacón
 - Calcule el beneficio logrado por el distribuidor
 - Calcule el beneficio logrado por el productor
 - Estime el excedente del consumidor en este mercado.
 - Ahora suponga que el distribuidor quiere comprar la empresa productora de yacón. Suponiendo una tasa de interés del 8% anual, ¿cuánto estará dispuesto a pagar el distribuidor para tener la empresa? (Suponga que las condiciones de operación de la producción de yacón permanecen estables por siempre).

- i) **Si el distribuidor compra la empresa, ¿cuál será ahora el precio y el volumen de ventas de yacón? ¿cuáles serán los beneficios? ¿cómo cambia el excedente del consumidor?**

Asumimos que el distribuidor de yacón es un maximizador de beneficios. Entonces:

$\pi_D = IT - CT$. El IT del distribuidor es: $IT = PQ$ pero $P = 1000 - Q \Rightarrow IT = 1000Q - Q^2$.

El CT del distribuidor es: $CT = WQ \Rightarrow \pi_D = 1000Q - Q^2 - WQ$ y para maximizar π_D

$$\frac{\partial \pi_D}{\partial Q} = 1000 - 2Q - W = 0 \Rightarrow W = 1000 - 2Q.$$

En consecuencia $W = 1000 - 2Q$ es la condición para que el distribuidor pueda maximizar el beneficio. $W = 1000 - 2Q$ es entonces la función de demanda del monopolista productor de yacón. ¿Por qué? Por que el productor de yacón es el único productor en el mercado y enfrenta toda la demanda del mercado. Esta demanda proviene del único comprador en el mercado, que es el distribuidor. Y este distribuidor demanda yacón al precio $W = 1000 - 2Q$.

Ahora el problema es determinar el precio del productor monopolista:

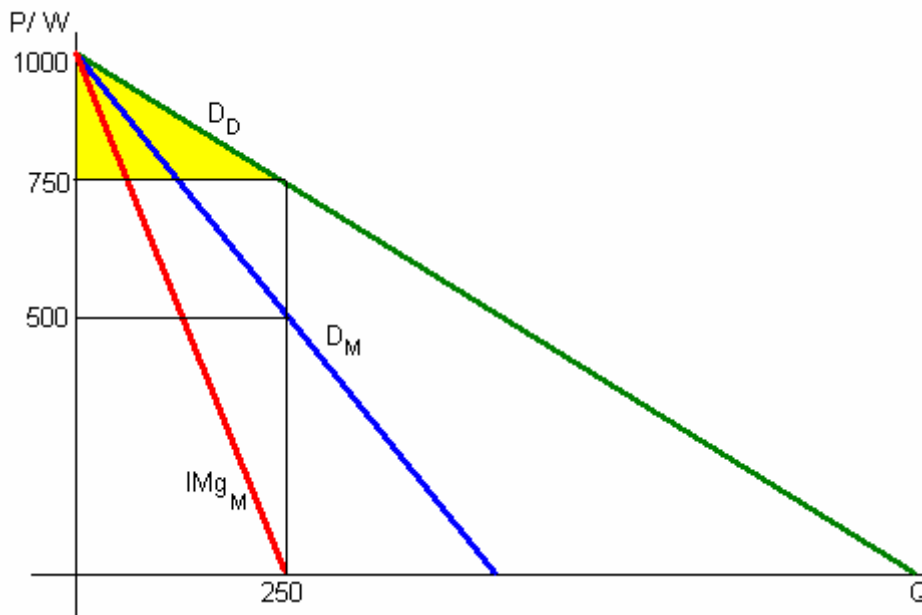
Como $W = 1000 - 2Q \Rightarrow$ el ingreso marginal del monopolista es: $IMg = 1000 - 4Q$
y para maximizar el beneficio: $1000 - 4Q = CMg = 0 \Rightarrow Q^* = 250 \Rightarrow W^* = 500$.

Por lo tanto el monopolista maximiza beneficios produciendo 250 unidades y vendiéndolas al distribuidor al precio de 500. A su vez el distribuidor compra a 500 y vende a:

Como $Q^* = 250 \Rightarrow P = 1000 - 250 = 750$.

El beneficio del distribuidor es:

$$\pi_D = 1000 * 250 - 250^2 - 500 * 250 = 62500.$$



El beneficio del monopolista es igual a sus ingresos totales porque no tiene costos: $IT = 250 \cdot 500 = 125000$.

Observe el gráfico de la izquierda. La demanda del distribuidor es $P = 1000 -$

Q. La demanda del monopolista es: $W = 1000 - 2Q$. El ingreso marginal del monopolista es: $IMg = 1000 - 4Q$.

El monopolista produce allí donde el $Img = CMg \rightarrow Q^* = 250$. Esta producción se debe vender al precio de 500 de acuerdo con la demanda del monopolista. Y la misma producción debe venderse al precio de 750 de acuerdo con la demanda del distribuidor.

El excedente del consumidor es el área del triángulo amarillo: $(1000 - 750) \cdot (250/2) = 31250$.

Si ahora el distribuidor quiere comprar la empresa al monopolista, tendrá que cubrir su costo de oportunidad. Como el monopolista se encuentra en una condición de producción que se va a mantener igual de manera permanente, y considerando además que no tiene costos, sus beneficios se consideran como una renta. Por lo tanto estará dispuesto a vender solo si le entregan como mínimo un capital que al 8% anual le genere el mismo beneficio que antes. La renta del monopolista es su beneficio y es igual a 125000.

$125000/8\% = 1562500$. Si el monopolista recibe 1532500 por su empresa entonces puede colocar este capital a un interés del 8% y obtener $8\% \cdot 1562500 = 125000$ de manera permanente. Este es entonces el precio mínimo al que vendería el monopolista. Para el distribuidor este sería el precio máximo que estaría dispuesto a pagar.

Supongamos que, efectivamente, el distribuidor pagó 1532500 al monopolista. Ahora el distribuidor es también productor. ¿Cuánto cambia esto la situación? Como la producción es una actividad totalmente diferente de la distribución, las condiciones de producción aquí no van a cambiar. El distribuidor-monopolista va a producir 250 unidades y tendría

un precio de transferencia interno (porque no vende a nadie diferente de el mismo) de 500. En consecuencia el distribuidor como distribuidor no le queda otra alternativa que maximiza su beneficio con ese precio de compra y fijar un precio de 750. El Lector debe tener en cuenta que en este caso no existe ninguna transformación del yacón. El yacón que se produce en Canta es el mismo que el distribuidor vende al consumidor final. Si se produjera alguna transformación el problema tendría una solución distinta. Debe considerarse, para este caso, que la empresa es ahora una empresa integrada. Que el monopolio es una división de la empresa que se encarga de producir un insumo para la otra división de la empresa que se encarga de la distribución con un cierto valor agregado (embalaje, por ejemplo).

En nuestro caso no se presenta la transformación del yacón y por eso tampoco existen costos de la distribución diferentes al precio de compra al monopolista. Por tanto la situación es la misma que antes. La única diferencia es que ahora el beneficio es igual al beneficio del monopolista más el beneficio del distribuidor: $125000 + 62500 = 187500$.

22) **Manos Morenas produce tamales dulces y los vende en un mercado perfectamente competitivo. En el corto plazo su capital es fijo y su función de producción:**

$Q = 310L - 0.01L^2$ donde L es la cantidad de trabajo semanal.

- a) **Si Manos Morenas vende sus tamales a 5 nuevos soles estime la curva del Ingreso del Producto Marginal del Trabajo**
- b) **Si el salario fuera 300 nuevos soles semanales ¿cuántos trabajadores debe contratar Manos Morenas?**
- c) **Si el salario fuera 240 nuevos soles semanales ¿cuántos trabajadores debe contratar Manos Morenas?**

Si $Q = 310L - 0.01L^2 \Rightarrow PMg_L = 310 - 0.02L$. Si $P = 5 \Rightarrow$

$IPMg_L = 5*(310 - 0.02L) = 1550 - 0.1L \Rightarrow$ la demanda de trabajo es $W = 1550 - 0.1L$.

Si $W = 300 \Rightarrow L^* = 12500$. Pero si $W = 240 \Rightarrow L^* = 13100$.