MICROECONOMÍA I
EAE 210 B
Primer Semestre de 2005

PROFESOR: Felipe Zurita
AYUDANTES: Juan José Matta
Alejandra Medina
Felipe Varas

Primera Prueba

Tiempo Total: 80 minutos
Puntaje Total: 80 puntos

1. *Preguntas cortas* [30 puntos en total]

   (a) [9 puntos] "El individuo x tiene una función de utilidad cuasicóncava".

      i. ¿Qué significa esta frase?
      ii. En el caso de un consumidor, ¿qué nos dice sobre su comportamiento?
      iii. ¿Y en el caso de un inversionista en una situación de riesgo?

   (b) [9 puntos] Para un individuo cuya función de utilidad depende del ingreso y del ocio, las siguientes son buenas razones para trabajar poco:

      i. Que paguen poco.
      ii. Ser flojo.
      iii. No poder trabajar más.

      Comente, apoyando su respuesta en gráfico(s).

   (c) [5 puntos] Un consumidor saciado del consumo de algún bien tiene una utilidad marginal del ingreso de 0 (es decir, $\lambda = 0$).

   (d) [7 puntos] Su pololo(a) se gasta todo el ingreso en cigarrillos (x_1) y café (x_2). Usted quiere hacerle un regalo útil. Por el teorema de la envolvente, debe ser cierto que da lo mismo que Ud. le regale un billete de $ 5.000, cigarrillos por $ 5.000 o café por $ 5.000.

2. *Consumo, ahorro e inversión* [25 puntos]

   Considere un individuo que vive dos períodos, $t = 0$ y $t = 1$, cuyas preferencias se pueden representar mediante la función $u(c_0, c_1) = c_0 c_1$, donde c_t denota el consumo en el período t. Su dotación consiste en un ingreso de \$100 en $t = 0$ y nada en $t = 1$. Además tiene la posibilidad de invertir en **alguno** de los siguientes dos proyectos (mutuamente excluyentes):

Proyecto 1:	$g(x) = 10x^{\frac{1}{2}}$
Proyecto 2:	$g(x) = 20x^{\frac{1}{4}}$

   Ambos son perfectamente divisibles; x denota al monto invertido, y $g(x)$ al retorno bruto.

   (a) [15 puntos] ¿Cuánto invierte, y en qué proyecto? ¿Cuánto consume en cada período? Grafique y explique claramente.

   (b) [10 puntos] Suponga en cambio que existe un mercado de crédito, que permite prestar (ahorrar en $t = 0$) o pedir prestado (endeudarse en $t = 0$) a la tasa de interés $r = 10\%$. ¿Le conviene invertir en el mismo proyecto que antes? ¿Cambia el consumo en cada período? Explique intuitivamente.

3. *Decisiones con riesgo* [25 puntos]

   Un individuo debe elegir entre dos carreras universitarias, A y B. La carrera A lo conduce a un trabajo estable, en que ganaría \$125 con certeza. La carrera B, en cambio, a uno riesgoso, en que con probabilidad 0.7 ganaría \$225, y con probabilidad 0.3 ganaría \$25. El costo de ambas carreras es el mismo, pero el individuo no cuenta con recursos, por lo que debe pedir un préstamo para financiarlo. Su función Bernoulli está dada por $u(c) = 100\sqrt{c}$, donde c corresponde al ingreso disponible para el consumo al momento de egresar (es decir, el sueldo menos el pago por el crédito).

   (a) [5 puntos] Suponga que el monto que debe pagar por el crédito al egresar es \$25. ¿Cuál de las dos carreras escoge? Grafique.

   (b) [10 puntos] Suponga en cambio que ahora se establece un sistema de crédito universitario, bajo el cual la cuota a pagar es un 20% del sueldo al egresar (es decir, en vez de pagar \$25 fijos por el crédito, paga el 20% de su ingreso). ¿Cambia su decisión? Grafique y explique la intuición de su resultado.

   (c) [10 puntos] Volvamos a la situación en (a). ¿Es posible replicar con algún contrato de seguro el **mismo** perfil de consumo riesgoso que se consigue con el crédito universitario? Si es así, indique los términos del contrato: evento asegurado (siniestro), prima y monto asegurado (indemnización). ¿Sería actuarialmente justa esa prima?

Pauta

AL USAR LA PAUTA, TENGA PRESENTE QUE:

És sólo una pauta. Cada respuesta que aquí se ofrece **no es** la única respuesta correcta. Por otro lado, **no se espera** que las respuestas que Ud. dio en la prueba tengan esta extensión.

---

1. *Preguntas cortas* [30 puntos en total]

   (a) [9 puntos] "El individuo x tiene una función de utilidad cuasicóncava".

   i. ¿Qué significa esta frase?
   R: Significa que la función de utilidad es cóncava, o una transformación monótona creciente de alguna función cóncava. La característica distintiva de una función de utilidad cuasicóncava es que tiene un mapa de curvas de indiferencia convexas, esto es, TMS decreciente.

   ii. En el caso de un consumidor, ¿qué nos dice sobre su comportamiento?
   R: Las curvas de indiferencia convexas representan preferencias por la variedad: el consumidor siempre prefiere la mezcla a dos canastas entre las que esté indiferente.

   iii. ¿Y en el caso de un inversionista en una situación de riesgo?
   R: Si el inversionista tiene una función de utilidad de la forma de utilidad esperada (von Neumann - Morgenstern), entonces es averso al riesgo si y sólo si sus curvas de indiferencias son convexas. Esto es, la preferencia por la variedad es en este contexto aversión al riesgo. Si, en cambio, nos refiriéramos a la función Bernoulli, saber que ella es cuasicóncava no nos dice nada sobre la aversión al riesgo del individuo. En efecto, una función Bernoulli cóncava representa a un averso al riesgo, mientras una convexa a un amante del riesgo; cualquier función Bernoulli monótona es cuasicóncava, sea cóncava o convexa.

   (b) [9 puntos] Para un individuo cuya función de utilidad depende del ingreso y del ocio, las siguientes son buenas razones para trabajar poco:

   i. Que paguen poco.

   ii. Ser flojo.

   iii. No poder trabajar más.

   Comente, apoyando su respuesta en gráfico(s).

   R: En el primer caso, el salario es muy bajo. Un salario bajo significa un premio bajo por abstenerse de consumir ocio, lo que podría explicar (aunque no obliga a) que el individuo consuma mucho ocio. Un aumento en el salario lo haría trabajar más (salvo que el efecto ingreso domine al efecto sustititución).

En el segundo caso, las preferencias favorecen marcadamente al ocio, siendo las curvas de indiferencia cercanas a horizontales respecto del ingreso.

En el tercer caso lo que difiere es la disponibilidad total de tiempo (T): dos individuos idénticos en todo, incluyendo salario y preferencias, pero que tienen una cantidad de tiempo disponible diferente, van a trabajar un número distinto de horas.

Graficar todo.

(c) [5 puntos] Un consumidor saciado del consumo de algún bien tiene una utilidad marginal del ingreso de 0 (es decir, $\lambda = 0$).

*R: $\lambda = 0$ sólo si está saciado de **todos** los bienes. Si hay al menos un bien del que no está saciado, la máxima utilidad que puede alcanzar aumenta si le aumenta el ingreso, porque puede comprar más de ese bien (es decir, $\lambda > 0$).*

(d) [7 puntos] Su pololo(a) se gasta todo el ingreso en cigarrillos (x_1) y café (x_2). Usted quiere hacerle un regalo. Por el teorema de la envolvente, debe ser cierto que a él (ella) le da lo mismo que usted le regale un billete de \$ 5.000, cigarrillos por \$ 5.000 o café por \$ 5.000.

R: En el óptimo tenemos que $\lambda = \frac{1}{p_1}\frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{1}{p_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}$. Pero por Teorema de la Envolvente, λ es la utilidad marginal del ingreso. Eso implica que el aumento en la utilidad es igual si le dan los \$5.000 (aumenta ingreso), un regalo de \$5.000 en cigarrillos (por lo que le regalan $\frac{5.000}{p_1}$ cigarrillos) o en café (por lo que le regalan $\frac{5.000}{p_2}$ unidades de café). Es decir, a él o ella le daría lo mismo.

2. *Consumo, ahorro e inversión* [25 puntos]

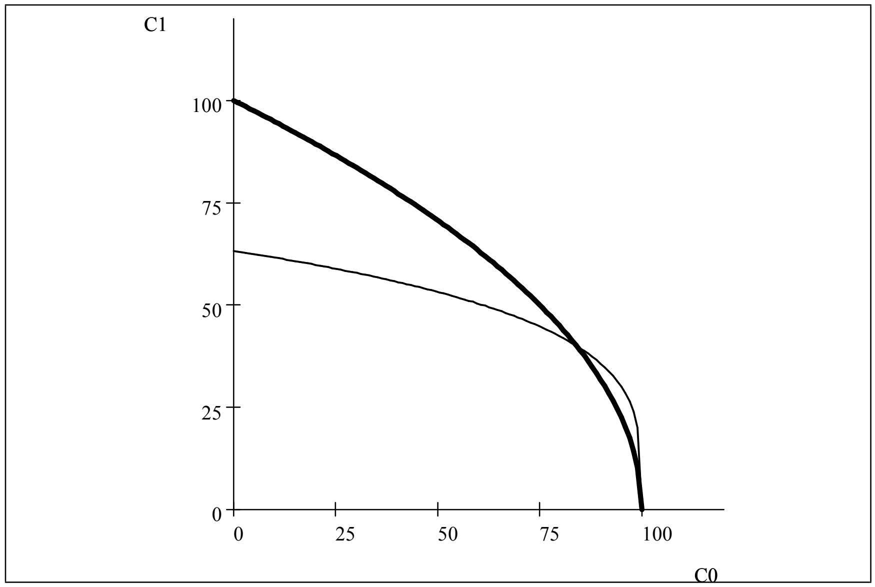
Considere un individuo que vive dos períodos, $t = 0$ y $t = 1$, cuyas preferencias se pueden representar mediante la función $u(c_0, c_1) = c_0 c_1$, donde c_t denota el consumo en el período t. Su dotación consiste en un ingreso de \$100 en $t = 0$ y nada en $t = 1$. Además tiene la posibilidad de invertir en **alguno** de los siguientes dos proyectos (mutuamente excluyentes):

$$\text{Proyecto 1:} \qquad g(x) = 10x^{\frac{1}{2}}$$
$$\text{Proyecto 2:} \qquad g(x) = 20x^{\frac{1}{4}}$$

Ambos son perfectamente divisibles; x denota al monto invertido, y $g(x)$ al retorno bruto.

(a) [15 puntos] ¿Cuánto invierte, y en qué proyecto? ¿Cuánto consume en cada período? Grafique y explique claramente.

R: Gráficamente, los dos proyectos se representan en el plano $c_0 - c_1$ como:



porque:

$$x = 100 - c_0 \Rightarrow c_1 = g(x) = g(100 - c_0)$$

Resolvemos el problema de escoger el perfil de consumo (y por tanto la inversión) para cada elección de proyecto, y luego comparamos la máxima utilidad alcanzable con cada proyecto:
Proyecto 1:

$$\begin{aligned}
\max_{c_0} u(c_0) &= c_0 * 10 (100 - c_0)^{\frac{1}{2}} \\
\frac{\partial u}{\partial c_0} &= 10\sqrt{100 - c_0} - 5\frac{c_0}{\sqrt{100 - c_0}} = 0 \Rightarrow c_0^* = \frac{200}{3} \\
\left.\frac{\partial^2 u}{\partial c_0^2}\right|_{c_0^*} &= -\frac{991}{400}\sqrt{3} < 0 \\
u^* &= \frac{200}{3} * 10 \left(100 - \frac{200}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{20\,000}{9}\sqrt{3} = 3849
\end{aligned}$$

: *El valor de* c_0 *de* $\frac{200}{3}$ *satisface la CPO y la CSO; la máxima utilidad con el proyecto 1 es entonces de* 3849 *utiles, que se obtiene con el perfil* $(c_0, c_1) = \left(\frac{200}{3}, 100 - \frac{200}{3}\right) = \left(\frac{200}{3}, \frac{100}{3}\right)$.
En el caso del proyecto 2, similarmente, tenemos:

$$\begin{aligned}
\max_{c_0} u(c_0) &= c_0 * 20 (100 - c_0)^{\frac{1}{4}} \\
\frac{\partial u}{\partial c_0} &= 20\sqrt[4]{100 - c_0} - 5\frac{c_0}{(100 - c_0)^{\frac{3}{4}}} = 0 \Rightarrow c_0^* = 80 \\
\left.\frac{\partial^2 u}{\partial c_0^2}\right|_{c_0^*} &= -\frac{5}{4}\sqrt[4]{20} < 0 \\
u^* &= 80 * 20 (100 - 80)^{\frac{1}{4}} = 1600\sqrt[4]{20} = 3383.6 < 3849
\end{aligned}$$

por lo que el proyecto escogido es el 1.

(b) [10 puntos] Suponga en cambio que existe un mercado de crédito, que permite prestar (ahorrar en $t=0$) o pedir prestado (endeudarse en $t=0$) a la tasa de interés $r=10\%$. ¿Le conviene invertir en el mismo proyecto que antes? ¿Cambia el consumo en cada período? Explique intuitivamente.

R: Sabemos por Teorema de Separación que la utilidad se maximiza cuando: i) la inversión maximiza el Valor Actual Neto (VAN) del proyecto (porque ello equivale a maximizar el conjunto de posibilidades de consumo), y ii) el perfil de consumo maximiza la utilidad sujeto al conjunto de posibilidades de consumo ya maximizado en i).

Lo primero sabemos que se logra con la tangencia: $\max VAN = \left(-x+\frac{g(x)}{1.1}\right)$

$\Rightarrow$*CPO:* $g'(x)=1.1$ *(CSO se cumplen por concavidad de* $g(x)$*, como se ve en el gráfico anterior)*

Proyecto 1: $g'(x)=\frac{5}{\sqrt{x}}=1.1 \Rightarrow x=20.661$

$\Rightarrow VAN=-20.661+\frac{10(20.661)^{\frac{1}{2}}}{1.1}=20.661$

Proyecto 2: $g'(x)=\frac{5}{x^{\frac{3}{4}}}=1.1 \Rightarrow x=7.5296$

$\Rightarrow VAN=-7.5296+\frac{20(7.5296)^{\frac{1}{4}}}{1.1}=22.589$

Luego, elige el proyecto 2. Para determinar consumo:

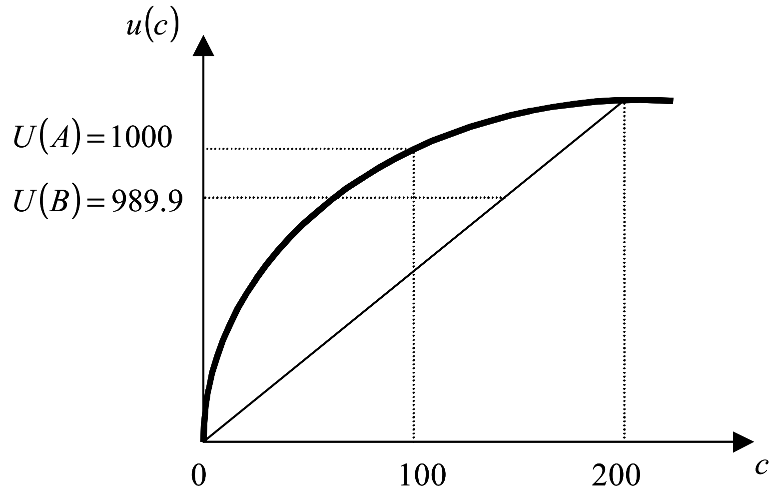
$$\begin{aligned}
\max \mathcal{L} &= c_0c_1+\lambda\left(122.589-c_0-\frac{c_1}{1.1}\right)\\
\frac{u_0}{u_1} &= \frac{c_1}{c_0}=1.1 \Rightarrow c_1=1.1c_0\\
122.589 &= c_0+\frac{1.1c_0}{1.1}\\
&\Rightarrow c_0^*=61.295 \text{ y } c_1^*=1.1*61.295=67.425
\end{aligned}$$

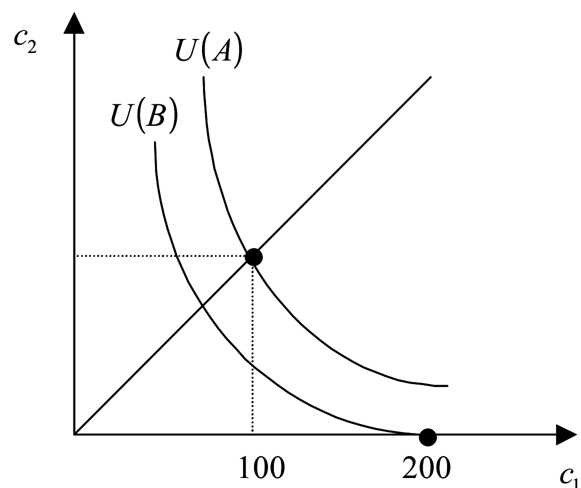
En el gráfico deberían poner tanto el nivel de inversión como el nivel de consumo de ambos períodos.

3. *Decisiones con riesgo* [25 puntos]
Un individuo debe elegir entre dos carreras universitarias, A y B. La carrera A lo conduce a un trabajo estable, en que ganaría \$125 con certeza. La carrera B, en cambio, a uno riesgoso, en que con probabilidad 0.7 ganaría \$225, y con probabilidad 0.3 ganaría \$25. El costo de ambas carreras es el mismo, pero el individuo no cuenta con recursos, por lo que debe pedir un préstamo para financiarlo. Su función Bernoulli está dada por $u(c)=100\sqrt{c}$, donde c corresponde al ingreso disponible para el consumo al momento de egresar (es decir, el sueldo menos el pago por el crédito).

(a) [5 puntos] Suponga que el monto que debe pagar por el crédito al egresar es \$25. ¿Cuál de las dos carreras escoge? Grafique.

R: $U(A) = 100\sqrt{100} = 1000$
$U(B) = 0.7\sqrt{200}100 = 989.95$
Luego, elige A.Gráficamente, hay dos maneras de verlo:





(b) [10 puntos] Suponga en cambio que ahora se establece un sistema de crédito universitario, bajo el cual la cuota a pagar es un 20% del sueldo al egresar (es decir, en vez de pagar $25 fijos por el crédito, paga el 20% de su ingreso). ¿Cambia su decisión? Grafique y explique la intuición de su resultado.
R: su decisión cambia, y esto se debe a que el perfil de consumo en carrera B se hace más suave ("menos riesgoso"). Graficar.

(c) [10 puntos] Volvamos a la situación en (a). ¿Es posible replicar con algún contrato de seguro el **mismo** perfil de consumo riesgoso que se consigue con el crédito universitario? Si es así, indique los términos del contrato: evento asegurado (siniestro), prima y monto asegurado (indemnización). ¿Sería actuarialmente justa esa prima?
R: Sí se puede.

El evento asegurado es obtener sueldo bajo en carrera B. La prima sería la que satisface:

$$\begin{aligned} 225 - 25 - P &= 0.8 * 225 \\ &\Rightarrow P = 20 \end{aligned}$$

El monto asegurado M sería el que satisface:

$$\begin{aligned} 25 - 25 - P + M &= 0.8 * 25 \\ &\Rightarrow -20 + M = 0.8 * 25 \\ &\Rightarrow M = 40 \end{aligned}$$

La prima no es actuarialmente justa, porque el valor esperado del seguro es positivo para el alumno:

$$E[x] = 0.7 * (40) - 20 = 8 > 0$$