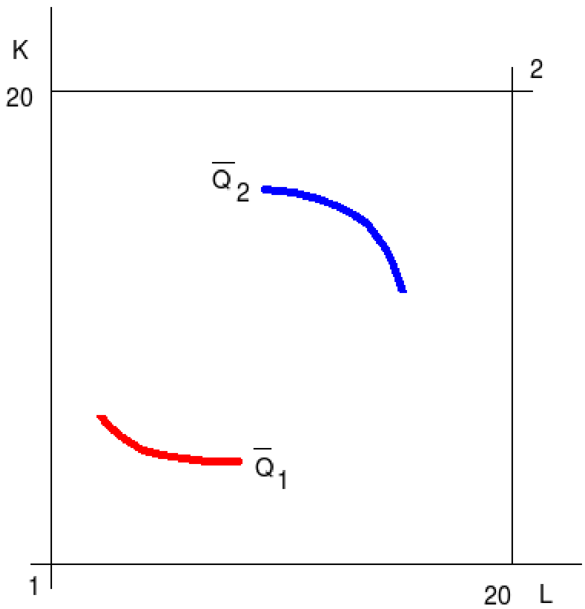
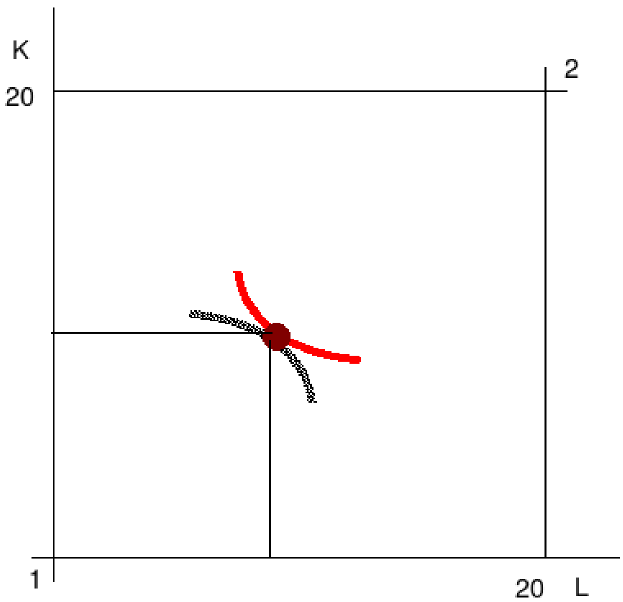
Escuela	Escuela Profesional de Ingeniería Económica
Curso	Análisis Económico II
Código	EA-411-L
Aula	Audiovisuales /MS2
Actividad	Práctica Calificada No. 4 (solucionario)
	Equilibrio General Competitivo
Profesor	Econ. Guillermo Pereyra
Fecha	1 de Julio del 2010

1. La función de utilidad del consumidor está dada por $U = X_1^{1/2} X_2^{1/2}$, mientras que las funciones de producción para los bienes 1 y 2 son, respectivamente $X_1 = K_1 L_1$, $X_2 = K_2^{1/2} L_2^{1/2}$. Se cuenta con una dotación fija de capital y trabajo igual a 20 unidades.



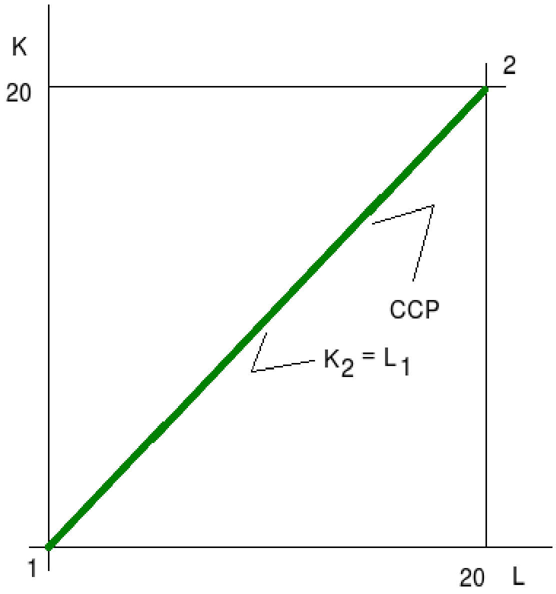
(a) Dibuje la Caja de Edgeworth

La caja de Edgeworth tiene una longitud igual a la oferta fija del factor trabajo, 20 unidades, y una altura igual a la oferta fija del factor capital, 20 unidades. En consecuencia, se trata de un cuadrado de 20 x 20. En el origen de coordenadas abajo a la izquierda, mediremos la producción del bien 1 en términos de sus isocuantas. En el orgen de coordenadas de arriba a la derecha, mediremos la producción del bien 2 en términos de sus isocuantas. Se dibujan dos isocuantas cualquiera.



(b) Encuentre la función de la curva de contrato

La curva de contrato en producción contiene todas las combinaciones de trabajo y capital que permiten producir el bien 1 y el bien 2 en una cantidad para la cual la tasa técnica de sustitución de factores es la misma para el bien 1 dque para el bien 2. En consecuencia para un cierto nivel de producción del bien 1 y del bien 2, las isocuantas son tangentes. Esto se aprecia en la combinación de color marrón que se ve más abajo. En esta combinación se cumple que la TTSF para producir el bien 1 es igual a la TTSF para producir el bien 2. En consecuencia, para hallar la curva de contrato en produción hacemos $TTSF_1 = TTSF_2 \rightarrow \frac{K_1}{L_1} = \frac{K_2}{L_2}$. *Pero, dada la oferta fija de factores, se sabe que* $L_1 + L_2 = 20 \rightarrow L_2 = 20 - L_1$ *y* $K_1 + K_2 = 20 \rightarrow K_2 = 20 - K_1$. *Reemplazando en la primera ecuación, tenemos* $\frac{K_1}{L_1} = \frac{20 - K_1}{20 - L_1} \rightarrow K_1 = L_1$ *, que es la función de la curva de contrato en producción.*



(c) Dibuje la curva de contrato

La curva de contrato en producción está dada por la función $K_1 = L_1$, que es una función lineal de pendiente positiva con un ángulo de elevación de 45 grados.

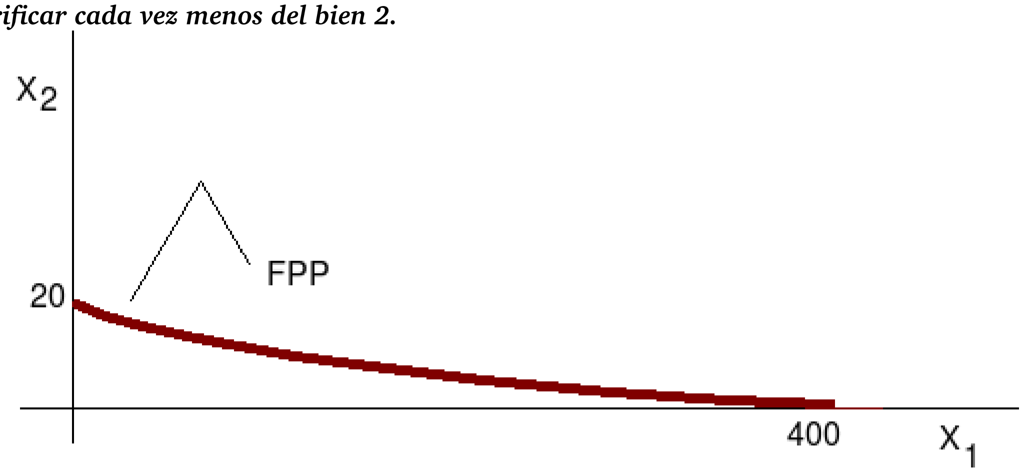
(d) Encuentre la función de la frontera de posibilidades de producción

La frontera de posibilidades de producción (FPP) muestra las combinaciones de producción de los bienes 1 y 2 que son ESP (eficientes en el sentido de Pareto). Es decir, la FPP muestra las combinaciones de producción de los bienes 1 y 2, dada la oferta fija de los factores trabajo y capital y donde cada combinación corresponde a una combinación en la curva de contrato en producción.

La función de producción del bien 1 es $X_1 = K_1 L_1$, pero para las combinaciones de trabajo y capital en la CCP se cumple que $K_1 = L_1$, en consecuencia, $X_1 = L_1 L_1 = L_1^2 \rightarrow L_1 = \sqrt{X_1}$.

La función de producción del bien 2 es $X_2 = K_2^{1/2} L_2^{1/2}$, pero para las combinaciones de trabajo y capital en la CCP se cumple que $K_2 = L_2$, en consecuencia, $X_2 = L_2^{1/2} L_2^{1/2} = L_2 \rightarrow L_2 = X_2$.

Pero como la oferta de trabajo es fija e igual a 20 unidades, entonces $L_1 + L_2 = 20$ y reemplazando en la ecuación previa se obtiene $\sqrt{X_1} + X_2 = 20 \rightarrow X_2 = 20 - \sqrt{X_1}$. La frontera de posibilidades de producción queda expresada por la función $X_2 = 20 - \sqrt{X_1}$. El gráfico que sigue muestra la FPP. Se puede apreciar que la curva es convexa y no cóncava. Esto se debe a que la producción del bien 1 presenta retornos crecientes a escala mientras que la del bien 2 presenta retornos constantes a escala. Esto significa que para producir más del bien 1 se requiere sacrificar cada vez menos del bien 2.



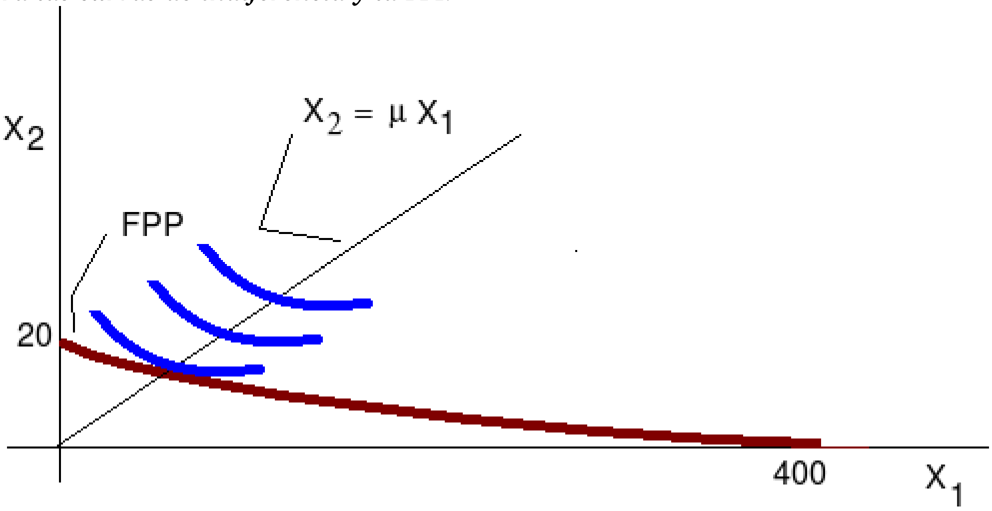
(e) Estime la pendiente de la frontera de posibilidades de producción

Dada la FPP la pendiente representa el costo de oportunidad de un bien en términos de las unidades que se dejan de producir del otro bien, dados los recursos y la tecnología. Si tomamos

la pendiente de la función $X_2 = 20 - \sqrt{X_1}$ ***, obtenemos el costo en unidades del bien 2 que implica producir una unidad adicional del bien 1. La pendiente de la FPP se conoce también como tasa de transformación (TT). La TT está dada por*** $-\dfrac{dX_2}{dX_1} = \dfrac{1}{2\sqrt{X_1}}$ ***. A medida que se producen más unidades del bien 1 se requiere sacrificar menos unidades del bien 2.***

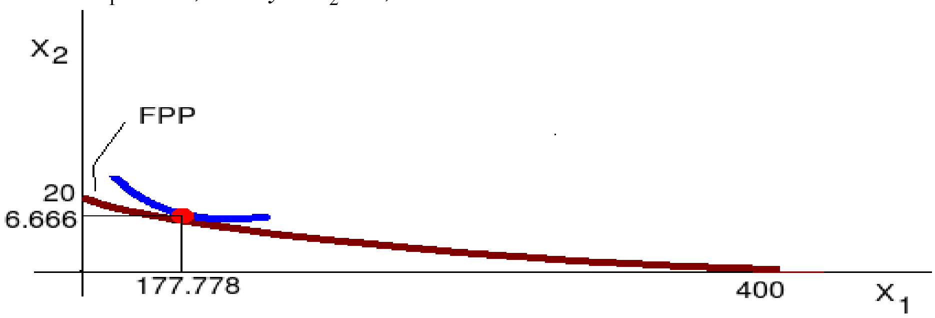
(f) Dibuje las curvas de indiferencia del consumidor

Como la función de utilidad del consumidor está dada por $U = X_1^{1/2} X_2^{1/2}$ ***las curvas de indiferencia son convexas, suaves, continuas, con TSC decreciente. Los precios de los bienes 1 y 2, en mercados competitivos, son datos para el consumidor. En el óptimo se debe cumplir que la TSC es igual al costo de oportunidad del mercado. Es decir*** $TSC = \dfrac{X_2}{X_1} = \dfrac{P_1}{P_2} = \mu \rightarrow X_2 = \mu X_1$ ***. En consecuencia, podemos dibujar las curvas de indiferencia de tal manera que los óptimos se encuentran sobre la función lineal de pendiente positiva*** $X_2 = \mu X_1$ ***. El dibujo que sigue muestra las curvas de indiferencia y la FPP.***



(g) Encuentre la combinación ESP

La combinación eficiente en el sentido de Pareto, ESP viene a ser la combinación de los bienes 1 y 2 que genera la utilidad más alta posible sujeta a la frontera de posibilidades de producción. Esto significa que la TT debe ser igual a la TSC. Es decir $TT = \dfrac{1}{2\sqrt{X_1}} = TSC = \dfrac{X_2}{X_1}$ ***, en otras palabras*** $X_2 = \dfrac{\sqrt{X_1}}{2}$ ***. Pero como la FPP es*** $X_2 = 20 - \sqrt{X_1}$ ***, entonces*** $\dfrac{\sqrt{X_1}}{2} = 20 - \sqrt{X_1}$ ***, y encontramos*** $X_1^* = 177{,}778$ *y* $X_2^* = 6{,}666$



(h) Encuentre el EGC

En el EGC se debe cumplir que: El consumidor maximiza utilidad considerando los precios de los bienes en el mercado; que las empresas maximizan beneficios considerando los precios de los factores y el precio de su producto en el mercado, y, finalmente, que la economía se encuentra sobre la frontera de posibilidades de producción.

Como el mercado de factores es competitivo, asumimos que el precio del capital es r y el precio del trabajo es w. Como el mercado de bienes es competitivo asumimos que el precio del bien 1 es P_1 y asumimos que el precio del bien 2 va a servir como numerario y entonces va a ser igual a la unidad. Recordemos que nos interesan los precios relativos y no los precios absolutos.

En el EGC el consumidor maximiza utilidad con la combinación de los bienes 1 y 2 donde la TT es igual a P_1/P_2 ***. La TT es*** $TT=\frac{1}{2\sqrt{X_1}}$ ***. Entonces*** $\frac{1}{2\sqrt{X_1}}=\frac{P_1}{P_2}=\frac{P_1}{1}\rightarrow\frac{1}{2\sqrt{X_1}}=P_1$ ***. Pero para el consumidor la TSC también es igual a*** P_1/P_2 ***, entonces*** $TSC=\frac{X_2}{X_1}=\frac{P_1}{1}\rightarrow P_1=\frac{X_2}{X_1}$ ***, y reemplazando esta relación en la ecuación anterior obtenemos*** $\frac{1}{2\sqrt{X_1}}=P_1=\frac{X_2}{X_1}$ ***. De aquí obtenemos una ecuación en términos del bien 1 y el bien 2*** $X_2=\frac{X_1^{1/2}}{2}$ ***. Y esta combinación debe pertenecer también a la FPP. Es decir*** $X_2=20-\sqrt{X_1}$ ***. Por lo tanto, podemos obtener la cantidad que se produce del bien 1 y del bien 2 en EGC si resolvemos el sistema de ecuaciones siguiente*** $X_2=\frac{X_1^{1/2}}{2}$ ***y*** $X_2=20-\sqrt{X_1}$ ***. De aquí se obtiene*** $X_1^*=177{,}778$ ***y*** $X_2^*=6{,}666$ ***.***

El precio del bien 1 se obtiene mediante $P_1=\frac{X_2}{X_1}=0{,}0375$ ***.***

Ahora vamos a obtener la demanda de factores para producir los bienes 1 y 2. Sabemos que la demanda del factor trabajo para producir el bien 1 es $L_1=\sqrt{X_1}\rightarrow L_1^*=13{,}33$ ***. La demanda del factor trabajo para producir el bien 2 es la diferencia de la oferta fija de 20 unidades, es decir*** $L_2=20-13{,}33\rightarrow L_2^*=6{,}666$ ***. Sabemos que la demanda del factor capital para producir el bien 1 es igual a la demanda del factor trabajo. Esto es así porque la curva de contrato en producción es*** $K_1=L_1$ ***. Entonces*** $K_1^*=13{,}33$ ***. La demanda del factor capital para producir el bien 2 es la diferencia de la oferta fija de 20 unidades, es decir, obtenemos la demanda mediante*** $K_2=20-13{,}33\rightarrow K_2^*=6{,}666$ ***.***

Finalmente, necesitamos estimar el precio de los factores. Dada la función de producción del bien 1, el producto marginal del factor trabajo se encuentra mediante $X_1=K_1L_1\rightarrow PMg_{L1}=K_1$ ***. El ingreso del producto marginal del factor trabajo para producir el bien 1 debe ser igual al salario del trabajo.*** $P_1*PMg_{L1}=P_1K_1=W$ ***. Por lo tanto, el precio del factor trabajo viene a ser igual a*** $W=P_1K_1=0{,}5$ ***.***

Dada la función de producción del bien 1, el producto marginal del factor capital se encuentra mediante $X_1=K_1L_1\rightarrow PMg_{K1}=L_1$ ***. El ingreso del producto marginal del factor capital para producir el bien 1 debe ser igual al salario del trabajo.*** $P_1*PMg_{K1}=P_1L_1=r$ ***. Por lo tanto, el precio del factor capital viene a ser igual a*** $r=P_1L_1=0{,}5$ ***.***

En consecuencia, las cantidades de los bienes, de los factores y los precios en el EGC son:

$$X_1^* = 177{,}778$$
$$X_2^* = 6{,}666$$
$$L_1^* = 13{,}33$$
$$L_2^* = 6{,}666$$
$$K_1^* = 13{,}33$$
$$K_2^* = 6{,}666$$
$$P_1^* = 0{,}0375$$
$$P_2^* = 1$$
$$W^* = 0{,}5$$
$$r^* = 0{,}5$$

! Éxitos ¡

El Profesor